

Zeit in Petrinetzen

(korrigierte Fassung)

Daniel Warmuth

Blockseminar: Analyse von Petrinetz-Modellen, WS 08/09

19. Januar 2009

- 1 Zeit in Petrietzen: Kontra & Pro
- 2 Möglichkeiten für Zeitbehaftung
- 3 Zustände zeitbehafteter Netzmodelle
- 4 Feuerstrategien
- 5 (Gebräuchliche) Zeitbehaftete Netzmodelle
- 6 Fazit

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

bisher betrachtete Petri-Netze ...

- haben über Zeit nichts ausgesagt
- nur über die **mögliche Reihenfolge** von Ereignissen
- nebenläufig \neq gleichzeitig

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

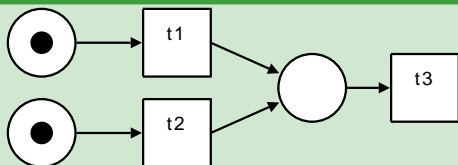
Fazit

Zeit in Petrinetzen: Kontra

bisher betrachtete Petri-Netze ...

- haben über Zeit nichts ausgesagt
- nur über die **mögliche Reihenfolge** von Ereignissen
- nebenläufig \neq gleichzeitig

Beispiel



Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

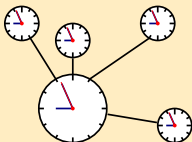
Zeit in Petrinetzen: Kontra

bisher betrachtete Petri-Netze ...

- haben über Zeit nichts ausgesagt
- nur über die **mögliche Reihenfolge** von Ereignissen
- nebenläufig \neq gleichzeitig

Zeitmessung

- benötigt Uhren, die Signale aussenden
- für gemeinsame Zeitskala im System:
Zentraluhr + synchronisierte lokale Uhren
- problematisch für Modellierung:
 - Uhren**system** ebenfalls modellieren?
(Ausbreitungsgeschwindigkeit der Zeitsignale etc.)



Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

reale Systeme

- arbeiten in der Zeit
- oft ist Zeit entscheidender Faktor

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

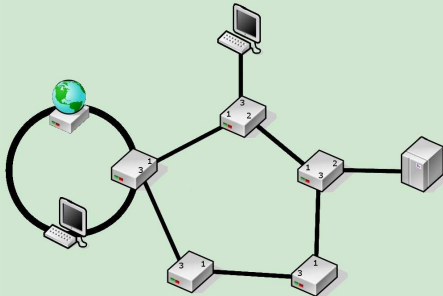
Zeit in Petrietzen: Pro

reale Systeme

- arbeiten in der Zeit
- oft ist Zeit entscheidender Faktor

Beispiel

Kommunikationsprotokolle: Ablauf von Wartezeiten auf Nachrichten



Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Zeit in Petrietzen: Pro

reale Systeme

- arbeiten in der Zeit
- oft ist Zeit entscheidender Faktor

Also doch ...

- trotz der Einwände **postulieren** wir nun synchronisierte lokale Uhren mit gemeinsamer Zeitskala
- ↪ Zeitverhalten kann prinzipiell unbeschränkt genau modelliert werden
- reale Systeme sind jedoch durch Signallaufzeiten etc. eingeschränkt: nur "makroskopische" Zeitveränderungen

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Grundlage

- Petrietz – jedem Elementtyp (Marken, Plätze, Bögen, Transitionen) können Zeiteinschränkungen zugewiesen werden
- üblicherweise nicht mehreren Typen gleichzeitig (Stand 1995)

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Möglichkeiten für Zeitbehaftung

Beispiel



Zeiteinschränkungen

- wie lange darf eine Marke (nicht) verwendet werden?
- wie lange muss eine Marke auf einem Platz verweilen?
- wie lange dauert das “Durchwandern” eines Bogens?
- in welchem Zeitabschnitt darf ein Bogen (nicht) durchwandert werden?
- wie lange benötigt eine Transition zum Feuern?
- in welchem Zeitabschnitt darf eine Transition (nicht) feuern?

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Hinweis zur Sprechweise

- bisher: Transition kann feuern, wenn sie **Konzession** hat
 - t hat Konzession gdw. $t^- \leq m$
 - nun müssen auch Zeiteinschränkungen erfüllt sein
- ↪ Transition kann feuern, wenn sie **aktiviert** ist
- Transition aktiviert gdw. Konzession + Zeiteinschränkungen erfüllt

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Möglichkeiten für Zeitbehaftung

Zeiteinschränkungen: 2 Typen

- Typ D (duration) – Zahlen d mit $0 \leq d < \infty$
 - Typ W (window) – Intervalle $[a, b]$ mit $0 \leq a \leq b \leq \infty, a \neq \infty$
 - \mathbb{Q} ausreichend genau \rightsquigarrow bei endlichen Netzen mit kgV der Nenner “strecken”
- $\rightsquigarrow \mathbb{N}$ für alle d, a und $b!$

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Möglichkeiten für Zeitbehaftung

Zeiteinschränkungen: 2 Typen

- Typ D (duration) – Zahlen d mit $0 \leq d < \infty$
- Typ W (window) – Intervalle $[a, b]$ mit $0 \leq a \leq b \leq \infty, a \neq \infty$
- \mathbb{Q} ausreichend genau \rightsquigarrow bei endlichen Netzen mit kgV der Nenner “strecken”

$\rightsquigarrow \mathbb{N}$ für alle d, a und $b!$

- üblicherweise nicht beide innerhalb eines Netzes (Stand 1995)

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

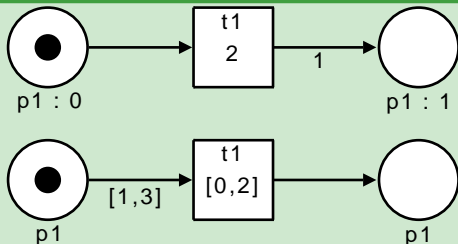
Möglichkeiten für Zeitbehaftung

Zeiteinschränkungen: 2 Typen

- Typ D (duration) – Zahlen d mit $0 \leq d < \infty$
- Typ W (window) – Intervalle $[a, b]$ mit $0 \leq a \leq b \leq \infty, a \neq \infty$
- \mathbb{Q} ausreichend genau \rightsquigarrow bei endlichen Netzen mit kgV der Nenner "strecken"

$\rightsquigarrow \mathbb{N}$ für alle d, a und b !

Beispiel



Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

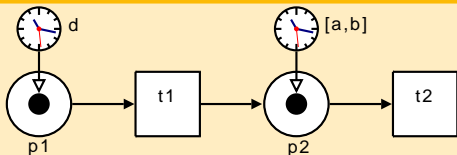
Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Zeiteinschränkungen auf Marken



Definition: Zeiteinschränkungen auf Marken

- jede Marke hat **Uhr** und **Einschränkung** (Zahl oder Intervall)
- Uhrenstellung $\tau \in \mathbb{Q}^+$ oder $\tau \in \mathbb{N} \cup \{0\}$
- für Anfangsmarkierung Uhrenstellung mit anzugeben, ansonsten initial 0
- Marken können **gültig** und **ungültig** sein, je nach Uhrenstellung/Einschränkung
- nur gültige Marken können verbraucht und erzeugt werden

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Interpretation der Einschränkungen (nach Starke, 1995)

- Typ D – Zahl d
 - DI – Ungültigkeitsdauer (duration of invalidity)
Marke ist **ungültig**, solange $\tau < d$, sonst gültig
 - DV – Gültigkeitsdauer (duration of validity)
Marke ist **gültig**, solange $\tau \leq d$, sonst ungültig

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Zeiteinschränkungen auf Marken

Interpretation der Einschränkungen (nach Starke, 1995)

- Typ D – Zahl d
 - DI – Ungültigkeitsdauer (duration of invalidity)
Marke ist **ungültig**, solange $\tau < d$, sonst gültig
 - DV – Gültigkeitsdauer (duration of validity)
Marke ist **gültig**, solange $\tau \leq d$, sonst ungültig
- Typ W – Intervall $[a, b]$
 - WI – Ungültigkeitsintervall (window of invalidity)
Marke ist **ungültig**, wenn $\tau \in [a, b]$, sonst gültig
 - WV – Gültigkeitsintervall (window of validity)
Marke ist **gültig**, wenn $\tau \in [a, b]$, sonst ungültig

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

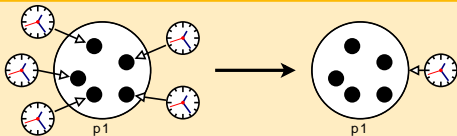
Fazit

Zeiteinschränkungen auf Marken

Vereinfachung

- jede Marke hat eigene Uhr \leadsto eigene Uhrenstellung
- müsste beim Feuern berücksichtigt werden – kompliziert
- lokales Zurücksetzen: bei jedem Ereignis auf einem Platz werden Uhren dortiger Marken zurückgesetzt

\leadsto eine Uhr pro Platz genügt!



Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaffung

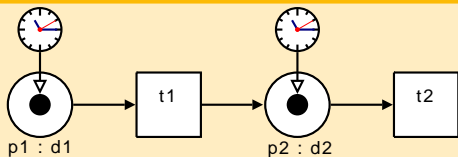
Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Zeiteinschränkungen auf Plätzen



Definition: Zeiteinschränkungen auf Plätzen

- weiterhin: jede **Marke** hat eine Uhr
- aber: Einschränkung ist dem **Platz** fest zugewiesen und gilt für Marken auf diesem Platz

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Interpretation

- Typ DI – **Verzögerung**: alle Marken müssen d Zeiteinheiten auf dem Platz verweilen

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Zeiteinschränkungen auf Plätzen

Interpretation

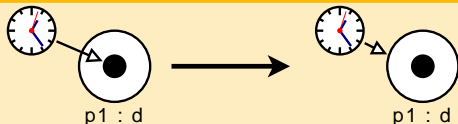
- Typ DI – **Verzögerung**: alle Marken müssen d Zeiteinheiten auf dem Platz verweilen

Vereinfachung

- sichere Petri-Netze: in jedem Zustand maximal eine Marke pro Platz

↷ je nur eine Uhr läuft

↷ kann dem Platz (statt der Marke) zugewiesen werden



Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

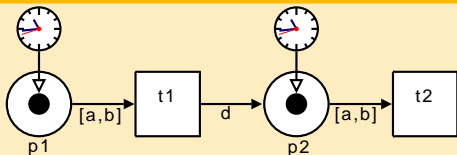
Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Zeiteinschränkungen auf Bögen



Definition

- (bestimmten) **Bögen** wird Dauer d oder Intervall $[a, b]$ zugewiesen
- jede Marke hat **Uhr**, die am Anfang des Bogens auf 0 gesetzt wird und losläuft

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Interpretation

- Typ D – Übertragungsdauer d
 - nur für (t, p) -Bögen verwendet – sonst Aktivierung von Transitionen schwer feststellbar

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Zeiteinschränkungen auf Bögen

Interpretation

- Typ D – Übertragungsdauer d
 - nur für (t, p) -Bögen verwendet – sonst Aktivierung von Transitionen schwer feststellbar
- Typ W
 - nur für (p, t) -Bögen verwendet
 - FW – Übertragungsintervall (flow window)
Bogen (p, t) ist **offen** für Marke, deren $\tau \in [a, b]$.
Transition t ist aktiviert, wenn Eingangsbögen für Marken auf Vorplätzen offen
 - LW – Sperrintervall (lock window)
Bogen (p, t) ist **gesperrt** für Marke, deren $\tau \in (a, b)$.
Transition t ist aktiviert, wenn Eingangsbögen für Marken auf Vorplätzen nicht gesperrt

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

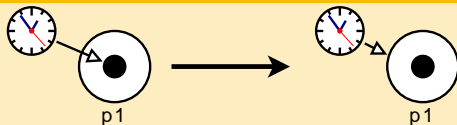
Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Vereinfachung

- sichere Netze oder lokales Zurücksetzen: eine Uhr, dem Platz zugewiesen



Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

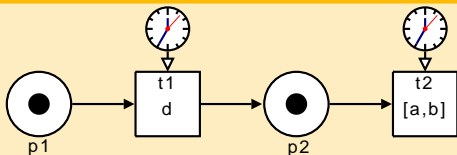
Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Zeiteinschränkungen auf Transitionen



Definition: Zeiteinschränkungen auf Transitionen

- jede **Transition** hat Uhr (u.U. mehrere) + Einschränkung
- wenn Transition **nicht** Konzession hat, ist die Uhr abgeschaltet:
 $\tau = \text{OFF}$
- wenn Transition Konzession hat, zeigt Uhr $\tau = 0$ und läuft los
(d.h. τ zeigt, wie lange Transition schon Konzession hat)

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaltung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaltete
Netzmodelle

Fazit

Zeiteinschränkungen auf Transitionen

Interpretation

- Typ D – Zahl d
 - DF – **Dauer** des Feuerns (duration of firing)
wenn Marken zum Zeitpunkt τ verbraucht werden, erscheinen produzierte Marken zum Zeitpunkt $\tau + d$ auf den Nachplätzen
 - DR – **Wartezeit** (duration of relaxation)
wenn Transition zum Zeitpunkt τ feuert, kann sie frühestens wieder zum Zeitpunkt $\tau + d$ feuern

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Zeiteinschränkungen auf Transitionen

Interpretation

- Typ D – Zahl d
 - DF – **Dauer** des Feuerns (duration of firing)
wenn Marken zum Zeitpunkt τ verbraucht werden, erscheinen produzierte Marken zum Zeitpunkt $\tau + d$ auf den Nachplätzen
 - DR – **Wartezeit** (duration of relaxation)
wenn Transition zum Zeitpunkt τ feuert, kann sie frühestens wieder zum Zeitpunkt $\tau + d$ feuern
- Typ W – Intervall $[a, b]$
 - WC – Konzessionsintervall (window of concession)
Transition ist **aktiviert**, wenn sie Konzession hat und $\tau \in [a, b]$
 - WI – Verbotsintervall (window of inhibition)
Transition ist **nicht aktiviert**, solange $\tau \in [a, b]$

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaltung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaltete
Netzmodelle

Fazit

Übersicht: Zeiteinschränkungen

	Marken	Plätze	Bögen	Transitionen
Uhr	Marke (Platz)	Marke (Platz)	Marke (Platz)	Transition
D	DI, DV	DI	D	DF, DR
W	WI, WV		FW, LW	WC, WI

DI Ungültigkeitsdauer (duration of invalidity)

DV Gültigkeitsdauer (d. of validity)

DF Dauer des Feuerns (d. of firing)

DR Wartezeit (d. of relaxation)

WI Ungültigkeitsintervall (window of invalidity)

WV Gültigkeitsintervall (w. of validity)

FW Übertragungsintervall (flow w.)

LW Sperrintervall (lock w.)

WC Aktivierungsintervall (w. of concession)

WI Verbotsintervall (w. of inhibition)

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Definition: Zustand

- Petrietz: Markierung
- zeitbehaftetes Petrietz: Markierung + Uhrenstellungen

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Zustände zeitbehafteter Netzmodelle

Definition: Zustand

- Petrietz: Markierung
- zeitbehaftetes Petrietz: Markierung + Uhrenstellungen

Zustandsänderung

- wie gehabt: durch Transitionen
 - durch Zeitverlauf (ohne Feuern von Transitionen)
 - u.U. **dauerhaft ungültige Marken**
- ↪ bei unbeschränkter Platzkapazität: kein Einfluss auf Verhalten – ignorieren/entfernen
- ↪ bei beschränkter Platzkapazität: beeinflusst Verhalten, weil gültige Marke verdrängt

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

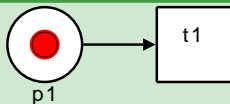
Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Transienter Zustand

- Zustand $q = (m_i, \tau_i)$ heisst **transient**, wenn
 - 1 mindestens eine Transition hat **Konzession**
 - 2 keine Transition ist **aktiviert**, weil Zeiteinschränkungen nicht erfüllt
 - 3 durch **Zeitverlauf** wird Zustand $q' = (m_i, \tau_i')$ erreicht, bei dem eine Transition aktiviert ist
- z.B.: ungültige Marken werden durch Zeitverlauf gültig
- wird bei Analyse oft ignoriert (bis auf Anfangszustand)

Beispiel



Definition: Feuerregel, -strategie

- Feuerregel: Bedingungen und Effekte des Feuerns einer Transition
- Feuerstrategie: Welche Transitionen **müssen** feuern? **Wann?**

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Feuerstrategien

Definition: Feuerregel, -strategie

- Feuerregel: Bedingungen und Effekte des Feuerns einer Transition
- Feuerstrategie: Welche Transitionen **müssen** feuern? **Wann?**

Selbstnebenläufigkeit

- wenn Transition mehrfach aktiviert – mehrfach nebenläufig feuern, statt hintereinander?
- ↪ der Einfachheit halber wird Selbstnebenläufigkeit ausgeschlossen

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Feuerstrategien

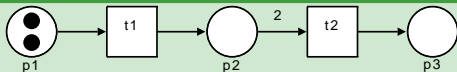
Definition: Feuerregel, -strategie

- Feuerregel: Bedingungen und Effekte des Feuerns einer Transition
- Feuerstrategie: Welche Transitionen **müssen** feuern? **Wann?**

Selbstnebenläufigkeit

- wenn Transition mehrfach aktiviert – mehrfach nebenläufig feuern, statt hintereinander?
- der Einfachheit halber wird Selbstnebenläufigkeit ausgeschlossen

Beispiel



Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Feuerstrategien für zeitbehaftete Petrinetze

- N kein Zwang (no force)
- E Sofort-Feuern (earliest firing)
- L Spät-Feuern (latest firing)

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Feuerstrategien für zeitbehaftete Petrietze

- N kein Zwang (no force)
- E Sofort-Feuern (earliest firing)
- L Spät-Feuern (latest firing)

2 Arten Feuer-Schritte

- Einzelschritt SF – einzelne aktivierte Transition feuert (single firing)
- Maximalschritt MS – maximale Menge nebenläufig aktivierter Transitionen feuert (maximal step)

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

N – Kein Zwang

- Zeitabhängigkeit des Feuerns nur über Marken, die ungültig werden **und bleiben**
- wenn Marken nicht ungültig bleiben (z.B. bei DI): Netz verhält sich qualitativ wie zeitloses Netz

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Feuerstrategien

N – Kein Zwang

- Zeitabhängigkeit des Feuerns nur über Marken, die ungültig werden **und bleiben**
- wenn Marken nicht ungültig bleiben (z.B. bei DI): Netz verhält sich qualitativ wie zeitloses Netz

E – Sofort-Feuern

- meist in Verbindung mit D-Zeiteinschränkungen und Maximalschritt MS
- Transition **muss** feuern, sobald sie aktiviert ist
- Konflikte müssen in diesem Moment aufgelöst werden



Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaltung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaltete
Netzmodelle

Fazit

L – Spät-Feuern

- meist in Verbindung mit W-Zeiteinschränkungen und Einzelschritt SF
- Transition **muss** feuern, wenn sie sonst durch **Zeitverlauf** deaktiviert würde



Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

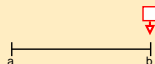
Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

L – Spät-Feuern

- meist in Verbindung mit W-Zeiteinschränkungen und Einzelschritt SF
- Transition **muss** feuern, wenn sie sonst durch **Zeitverlauf** deaktiviert würde



Regel

- Solange eine Transition feuern muss, schreitet die Zeit nicht voran.

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

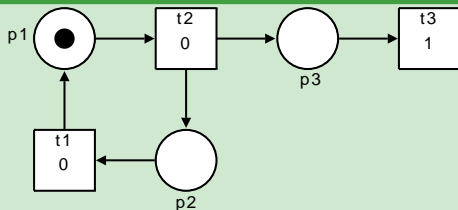
Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Beispiel



- t_2 und t_1 sind abwechselnd aktiviert
- ↪ **müssen** feuern
- $d = 0$ — beim Feuern vergeht keine Zeit
- ↪ “Zeit-Deadlock”

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Definition: Zeit-Deadlock

- Zustand eines zeitbehafteten Petrinetzes ist ein **Zeit-Deadlock**, wenn kein transienter Zustand erreichbar ist.
- ↪ in allen erreichbaren Zuständen müssen Transitionen feuern – die Zeit steht still

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Definition: Zeit-Deadlock

- Zustand eines zeitbehafteten Petrinetzes ist ein **Zeit-Deadlock**, wenn kein transienter Zustand erreichbar ist.
- ↪ in allen erreichbaren Zuständen müssen Transitionen feuern – die Zeit steht still

Bemerkung

- weist auf inkonsistente Zeiteinschränkungen hin
- meist durch Einschränkungen der Netze behandelt
- können auftreten, wenn $d = 0$ oder $[a, b] = [0, 0]$

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

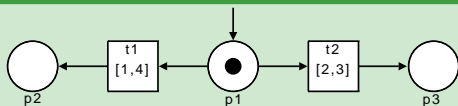
Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Beispiel



- L-Feuern, WF-Zeiteinschränkungen, die Marke bleibe gültig
- t_1 und t_2 sind im Konflikt, bis eine feuert
- wenn t_1 nicht feuert, besteht der Konflikt wegen L bis $\tau = 3$
- wenn t_2 bei $\tau = 3$ feuert, sind beide Transitionen deaktiviert, Uhren OFF
- was, wenn bei $\tau = 1$ zweite gültige Marke auf p_1 erscheint?
- t_1 bei $\tau = 3$ noch aktiviert, wegen zweiter Marke? Oder t_2 ?

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Zusammenfassung

Feuerstrategie legt fest:

- Grad der Selbstnebenläufigkeit
- Umgang mit zeitbehafteten Marken
- Zwang oder nicht, Einzel- oder Maximalschritt
- Regeln für Zeit-Deadlocks
- Regeln für Konfliktbehandlung

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Vier gebräuchliche Modelle

- Netze mit Schaltdauer – Timed Petri Nets
- Netze mit Platzverzögerung – Place Timed Petri Nets
- Zeit-Netze – Time Petri Nets
- Bogen-Zeit-Netze – Arc Time Petri Nets

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Vier gebräuchliche Modelle

- Netze mit Schaltdauer – Timed Petri Nets
- Netze mit Platzverzögerung – Place Timed Petri Nets
- Zeit-Netze – Time Petri Nets
- Bogen-Zeit-Netze – Arc Time Petri Nets

Bemerkung

- Zeiteinschränkungen sind natürliche Zahlen
- keine Selbstnebenläufigkeit

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

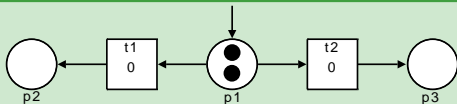
Fazit

Netze mit Schaltdauer

Definition: Netze mit Schaltdauer

- Zeiteinschränkungen auf **Transitionen**, **Typ D**
- Feuerstrategie: N (Ramchandani, 1974) bzw. **E/MS** (Gosh, 1977)
- Feuern: Transition konsumiert Marken, ist für d Zeiteinheiten **beschäftigt** (engaged) und produziert dann Marken auf Nachplätze

Beispiel



Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaltung

Zustände

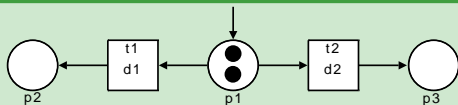
Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Netze mit Schaltdauer

Beispiel



Beobachtung 1

- Seien alle $d > 0$
- Feuern mit MS führt zu transientem Zustand
- ↪ stattdessen in beliebiger Reihenfolge mit SF feuern
- ↪ Wenn alle $d > 0$, dann ist SF äquivalent zu MS

Beobachtung 2

- Wenn alle $d > 0$, entsteht kein Zeit-Deadlock.

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaffung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

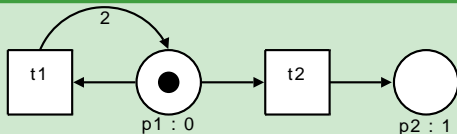
Fazit

Netze mit Platzverzögerung

Definition: Netze mit Platzverzögerung

- Sifakis, 1977
- Zeiteinschränkungen auf **Plätzen**, Typ DI
- Uhr: an **Marke**
- Feuerstrategie: **E/MS**
- Feuern: verbraucht **keine Zeit**

Beispiel



Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

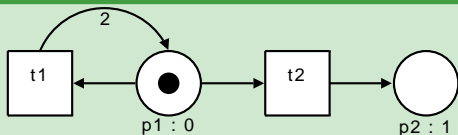
Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Netze mit Platzverzögerung

Beispiel



Beobachtung

- Konflikt zwischen t_1 und t_2
 - Feuern von $t_2 \rightsquigarrow$ nur noch Zeitverlauf
 - Feuern von $t_1 \rightsquigarrow$ Schritt $\{t_1, t_2\}$ ist ewig aktiviert, weil Platz p_1 nie leer und $d_1 = 0$
- \rightsquigarrow Wenn jede Transition einen Vorplatz mit $d > 0$ hat, entsteht kein Zeit-Deadlock.

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaltung

Zustände

Feuerstrategien

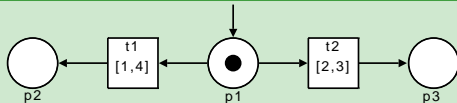
Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Definition: Zeit-Netze

- Merlin/Farber, 1974
- Zeiteinschränkungen auf **Transitionen**, **Typ WC**
- Uhr: an **Transitionen**
- Feuerstrategie: **L/SF**
- Feuern: verbraucht **keine Zeit**

Beispiel



Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaltung

Zustände

Feuerstrategien

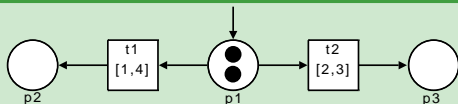
Zeitbehaltete
Netzmodelle

Fazit

Konfliktbehandlung (Popova-Zeugmann)

- Sei $\tau = 2 \rightsquigarrow t_1$ und t_2 aktiviert
 - Wenn t_2 bei $\tau = 3$ feuert, wird Uhr von t_1 zurückgesetzt
- \rightsquigarrow beide haben Chance, die letzte Marke zu konsumieren
- "Wer umsonst gewartet hat, darf nochmal"

Beispiel



Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Zustandsexplosion

- Problem: Transition kann zu beliebigem Zeitpunkt innerhalb $[a, b]$ feuern

↷ Uhrenstellung $\tau \in \mathbb{Q}^+$

↷ **unendlich** viele erreichbare Zustände

Lösung

- *betrachten nur Zustände (m_i, τ_i) mit $\tau \in \mathbb{N} \cup \{0\} \cup \{ \text{OFF} \}$*

↷ **integre** Zustände

Satz

Alle interessanten qualitativen Eigenschaften (Lebendigkeit von Transitionen, Erreichbarkeit etc.) können untersucht werden, indem nur integrale Zustände betrachtet werden.

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

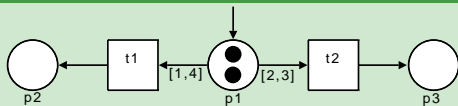
Fazit

Netze mit zeitbehafteten Bögen

Netze mit zeitbehafteten Bögen

- Walter, 1983; Hanisch, 1990
- Zeiteinschränkungen auf (p, t) -Bögen, Typ FW
- Uhr: an Plätzen wegen lokalem Zurücksetzen (sonst Marken)
- Feuerstrategie: E (bzw. L bei Walter)
- Feuern: verbraucht keine Zeit
- wegen E wird nur zu natürlich-zahligen Zeitpunkten gefeuert
 \leadsto diskrete Zeitskala

Beispiel



Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

- trotz Schwierigkeiten der Zeitmessung sinnvolle zeitliche Modellierung möglich
- viele Varianten zeitbehafteter Petrietze
- Zeit-Deadlocks, transiente Zustände, integrale Zustände
- vier bekannte, erforschte Modelle
- unter gewissen Bedingungen beherrschbare Zustandszahl
 \leadsto Analysierbarkeit
- praktisch angewandt z.B. zur Untersuchung von Produktionsprozessen

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit

Peter H. Starke: *A Memo on Time Constraints in Petri Nets*
(Informatik-Bericht Nr. 46, HU Berlin, August 1995)

Analyse von Petri-Netz-Modellen (B. G. Teubner
Stuttgart, 1990)

Evgenij Belikov, Daniel Warmuth: *Praktikumsbericht zur Vorlesung*
“Grundlagen der Rechnerkommunikation” (HU Berlin,
Februar 2008)

Gliederung

Zeit in PN:
Kontra & Pro

Zeitbehaftung

Zustände

Feuerstrategien

Zeitbehaftete
Netzmodelle

Fazit