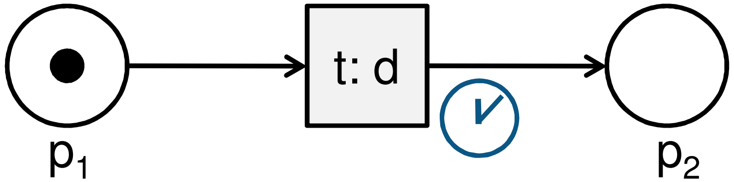
Zeitpetrinetze II

Analyse von Petrinetzen

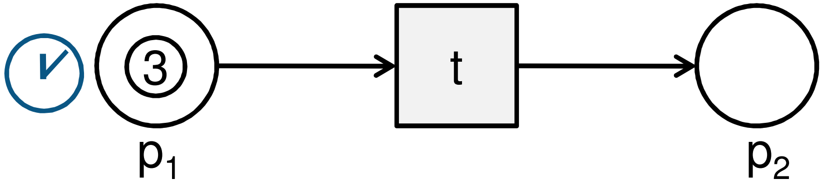
Hartmut Lackner

Wiederholung: Zeitpetrinetz-Klassen

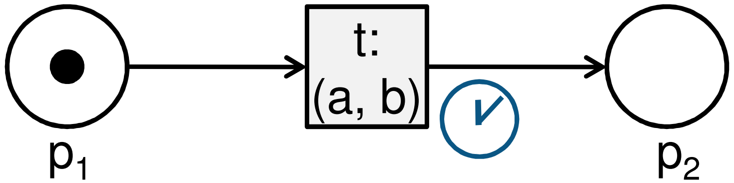
1. Transitions -verzögerte Netze



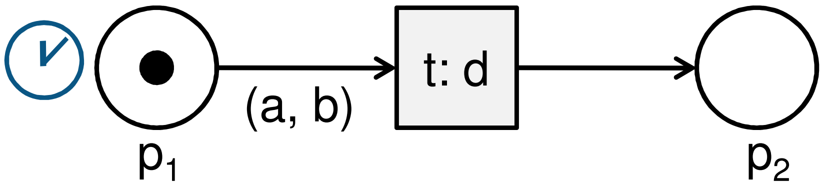
2. Platz-verzögerte Netze



3. Transitions-intervall Netze



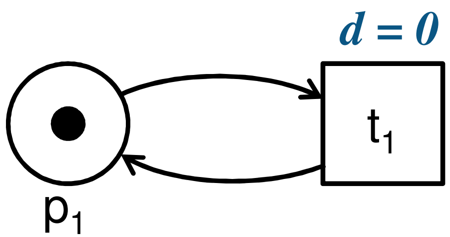
4. Kanten-intervall Netze



Wiederholung: Strategien/T-Deadlock

- Strategien
  1. Frühestes Schalten → Maximaler Schritt
  2. Spätes Schalten → Einzelschritt

- Zeit-Verklemmung
  - Systemuhr steht still



Inhalt

- Transitions-verzögerte Petrinetze
  - Bezug zu normalen Petrinetze
  - Zeitunabhängige Lebendigkeit

- Simulierbarkeit
  1. Transitions-verzögert ⇔ Platz-verzögert
  2. Transitions-verzögert ⇔ Transitions-Intervall

Transitions-verzögerte Petrinetze

Wiederholung

Definition: Transitions-verzögertes Petrinetz

Das transitions-verzögerte Petrinetze ist ein Paar $[N, D]$, wo $N = [P, T, F, V, m_0]$ ein Petrinetz und D eine Abbildung ist, die jedem $t \in T$ eine natürliche Zahl zuordnet.

Definition: Zustand eines TV-Petrinetzes

Ein Paar $[m, u]$, wird Zustand von genannt, wenn m eine Markierung von N ist und $u : T \rightarrow \mathbb{N}$ jeder Transition t eine natürliche Zahl $u(t) < D(t)$ zuordnet.

Schritt

Definition: Schritt

Eine Menge U von Transitionen eines D-Netzes $[N, D]$ heißt Schritt beim Zustand $[m, u]$, wenn gilt:

1. Für alle $t \in U$ gilt $u(t) = 0$
2. Wenn $U = 0$ ist, dann ist $u \neq 0$
3. $\bullet U := \sum_{t \in U} \bullet t \leq m$
4. Keine Menge $U' \subset U$ erfüllt 1, 2, 3

Folgezustand

Definition: Folgezustand

Es sei U ein Schritt beim Zustand $[m, u]$. Das Schalten von U im Zeitpunkt τ führt dann zum Zustand $[m', u']$ zum Zeitpunkt $(\tau+1)$, wobei

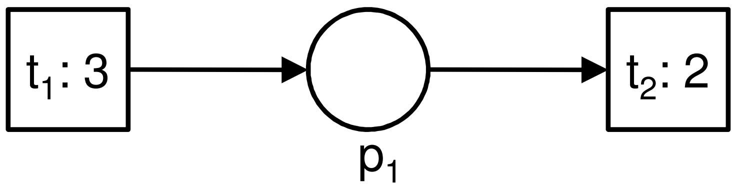
$$m' := m - \bullet U + \sum_{t \in U, D(t)=1} t\bullet + \sum_{u(t)=D(t)-1} t\bullet$$

und für $t \in T$

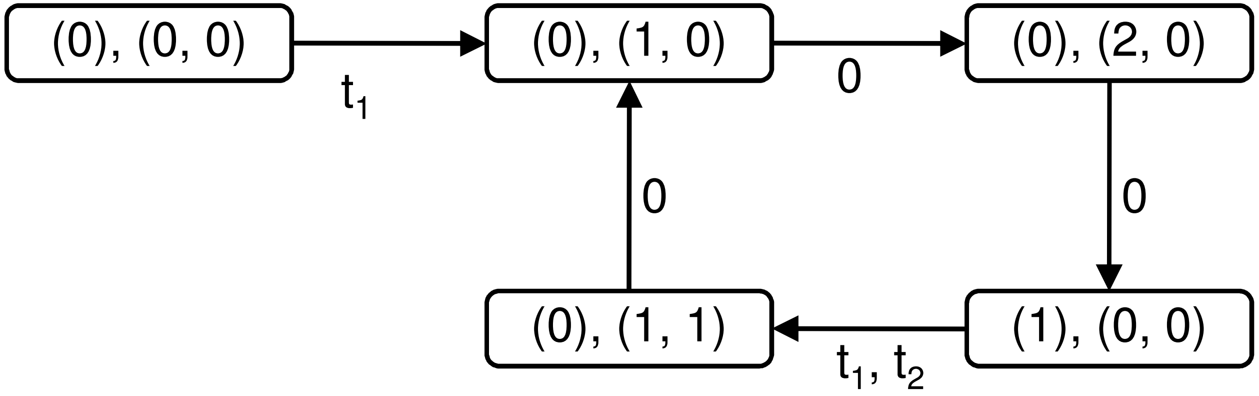
$$u(t) := \begin{cases} 1, & t \in U \wedge D(t) > 1 \\ u(t+1), & t \notin U \wedge 0 < u(t) < D(t)-1 \\ 0, & sonst \end{cases}$$

Beispiel für ein TV-Petrinetz

Petrinetz N:



Erreichbarkeitsgraph von N:



Folgerungen

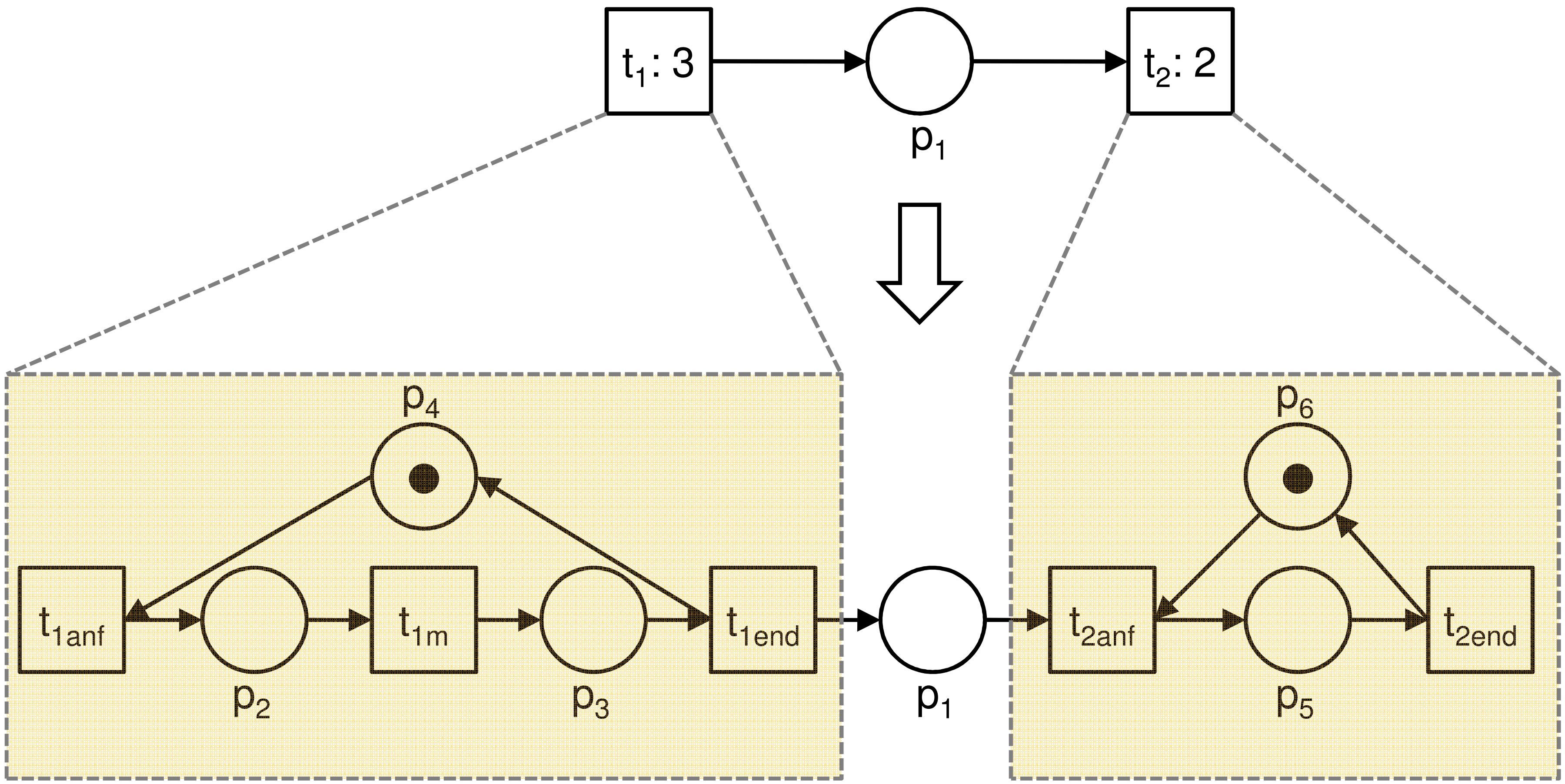
1. Zustand ist durch Markierung charakterisiert
   - Wenn $D(t) = 1$, f.a. t in T

2. Erreichbarkeitsgraph von $[N,D]$ mit $D = 1$ entspricht dem vom Petrinetz N bei maximalem Schritt

- Warum?
  - Die leere Menge ist niemals ein Schritt
  - Marken halten sich nicht in Transitionen auf

Für beliebige Zeitbewertungen D

- Ersetzungsmodell:

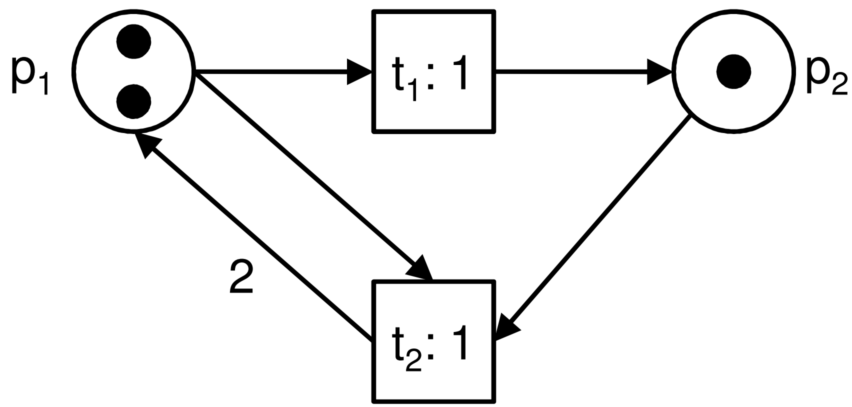


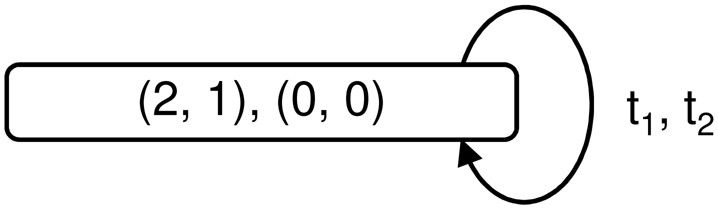
Erkenntnis

- Automatisierte Konstruktion möglich
- Wiederverwendung von Analyseprogrammen
- Der Konstruktion gegenüber invariant:
  - Lebendigkeit
  - Beschränktheit

Lebendigkeit

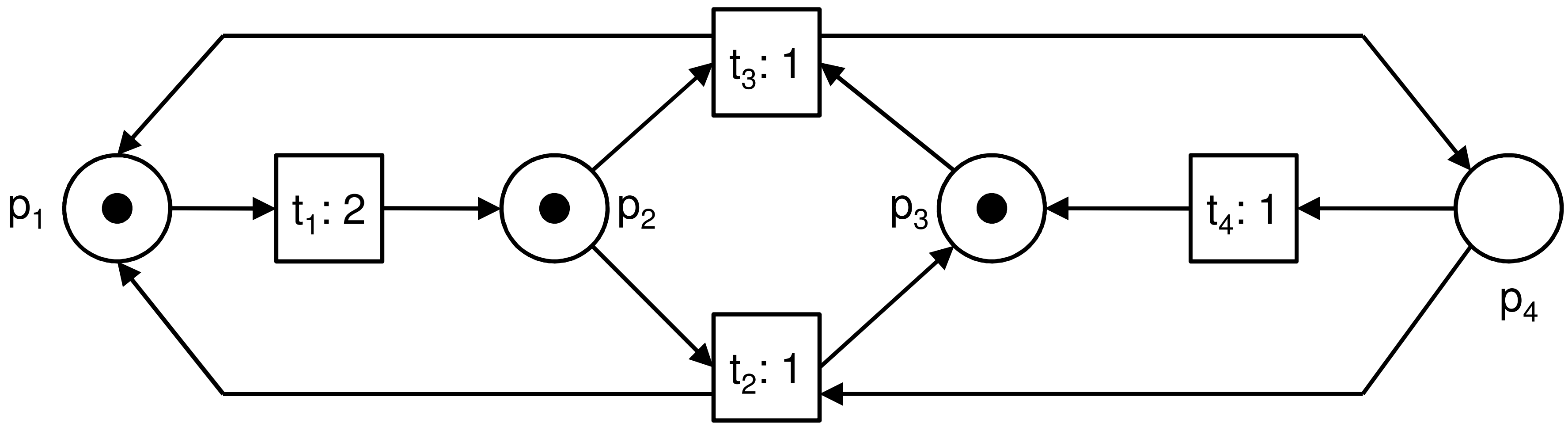
- Beispiel für
  - Lebendiges TV-Petrinetz
  - Nicht lebendiges Petrinetz

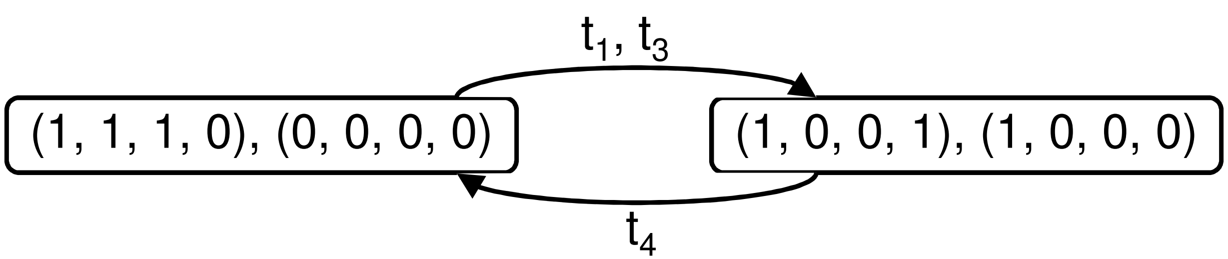




Lebendigkeit (forts)

- Beispiel für
  - Nicht Lebendiges TV-Petrinetz
  - Lebendiges Petrinetz



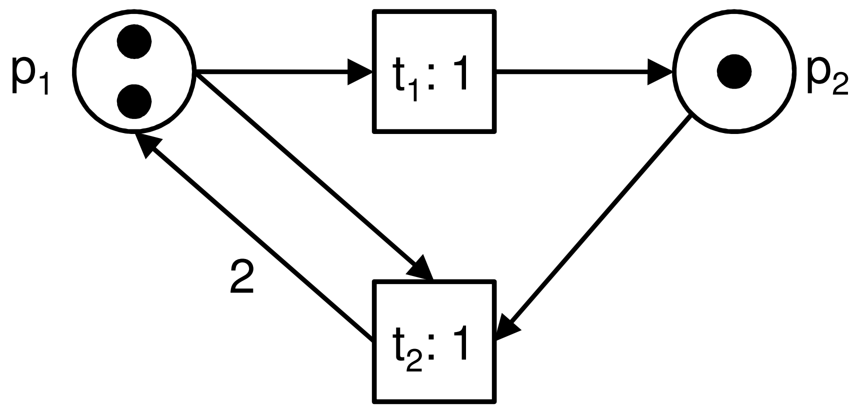


Zeitunabhängig Lebendig

Definition: Zeitunabhängig lebendig

N heißt zeitunabhängig lebendig, wenn für jede Abbildung $D : T \rightarrow \mathbb{N}$ das TV-Petrinetz $[N, D]$ lebendig ist.

- Impliziert keine Lebendigkeit von N



Zeitunabhängig lebendig, aber nicht lebendig

CO-FREI

Definition: co-frei

Für jede von m_0 erreichbare Markierung m und beliebige in m aktivierte Transitionen $t_1 \neq t_2$ gilt:

$\{t_1, t_2\}$ ist nicht nebenläufig bei m.

Satz

Jedes lebendige und co-freie Petri-Netz ist zeitunabhängig lebendig.

SIMULIERBARKEIT

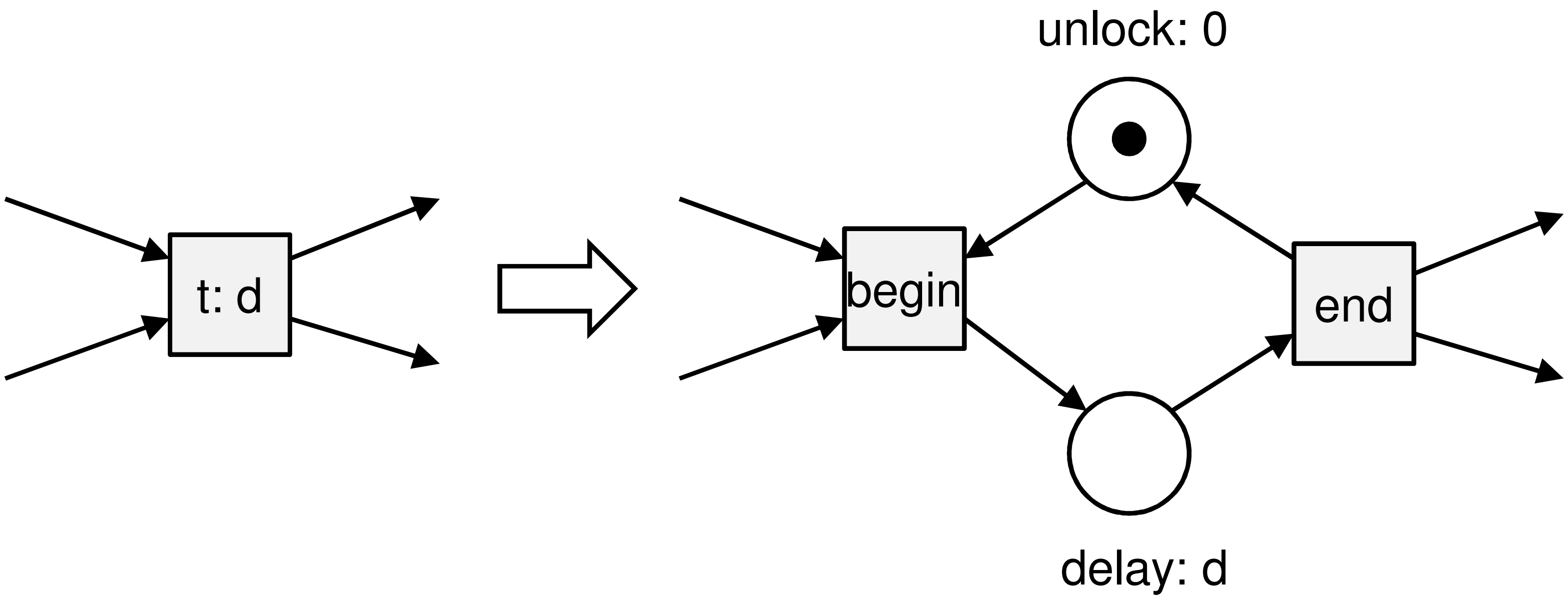
Simulierbarkeit

- Alle Klassen sind turingmächtig
  - Bei Anwendung einer Strategie
- Simulierbarkeit trivial
  - Alle Klassen sind gleichmächtig

- Wie hoch ist der Aufwand einer Transformation?
  1. Transitions-verzögert ⇔ Platz-verzögert
  2. Transitions-verzögert ⇔ Transitions-Intervall

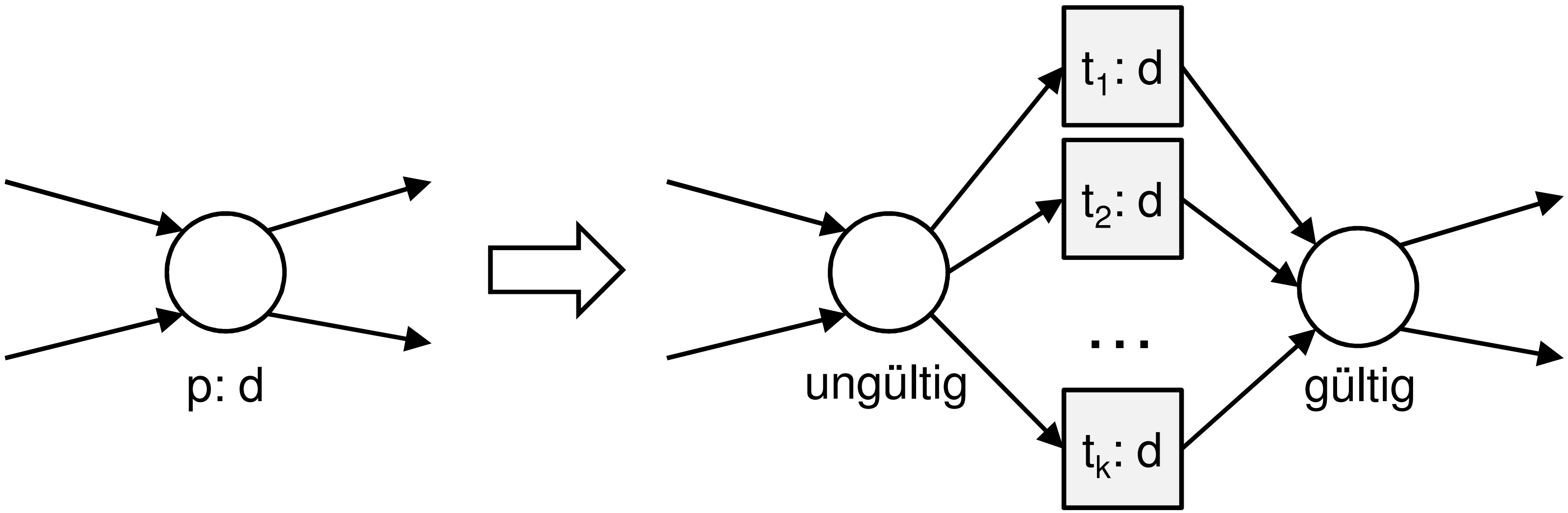
1.A PV SIMULIERT TV

- Idee:
  - Verzögernde Transition aufteilen
  - Verzögernden Platz einfügen



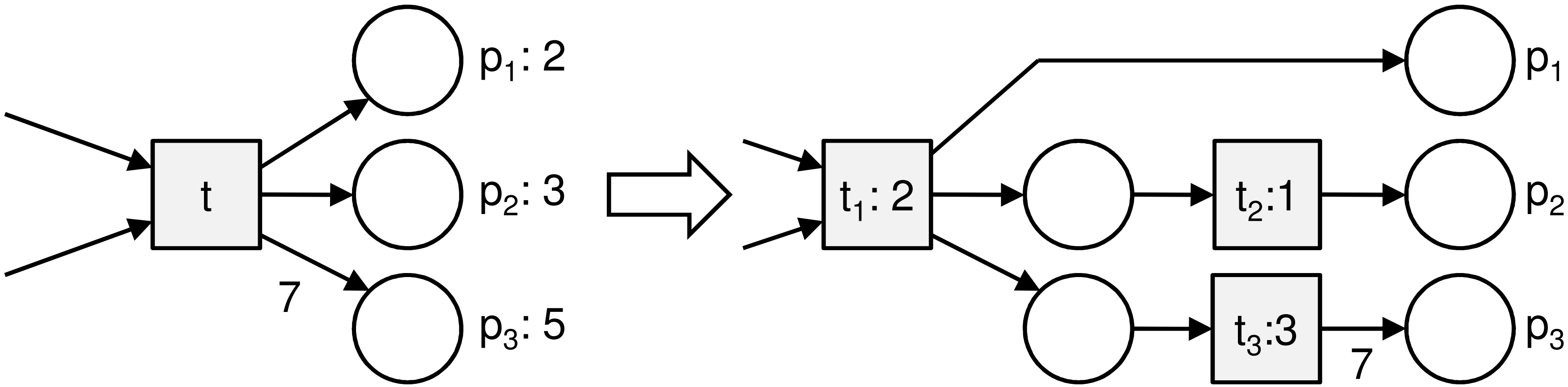
1.B TV SIMULIERT PV

- Betrachtung bei Sicherheit
  - Analog für k-Beschränktheit
- 1. Idee:
  - Aufteilen des verzögerten Platzes
  - Einfügen von (k)-Transitionen



1.b TV simuliert PV

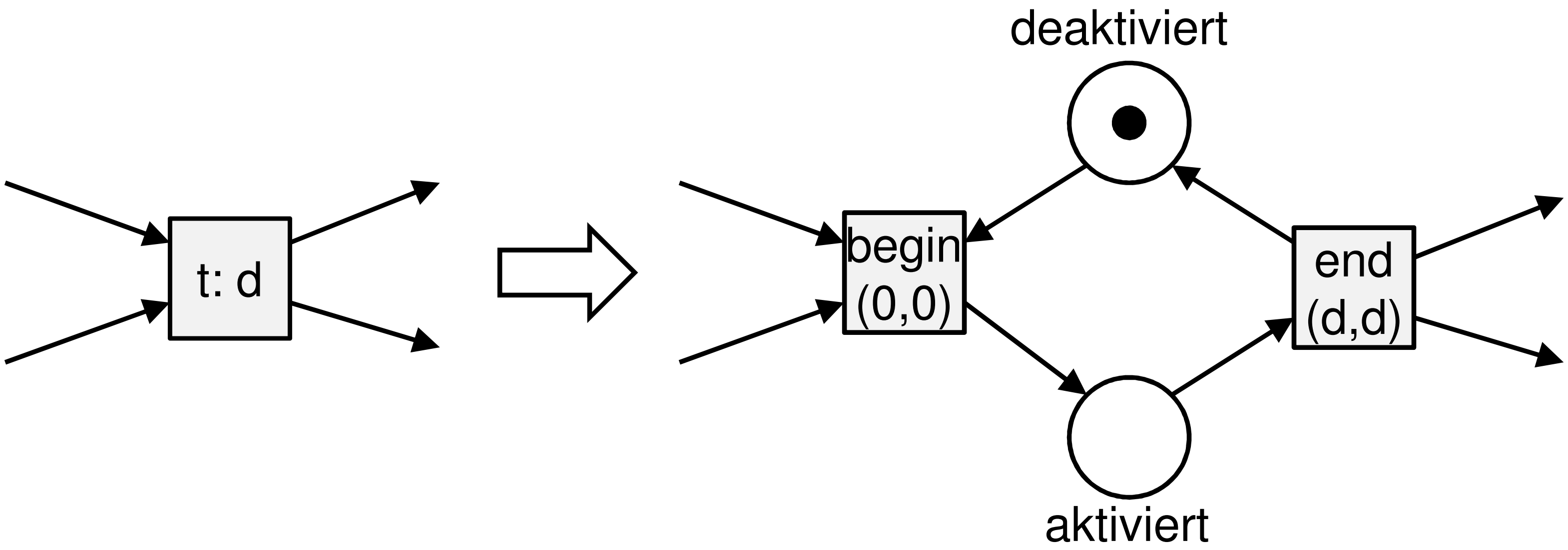
- Nachteile der 1. Idee
  - Beschränktheitsgrad muss bekannt sein
  - Ursprüngliche Transitionen haben d = 0
- 2. Idee:
  - Bestehende Transitionen erhalten Dauer



2.A TI SIMULIERT TV

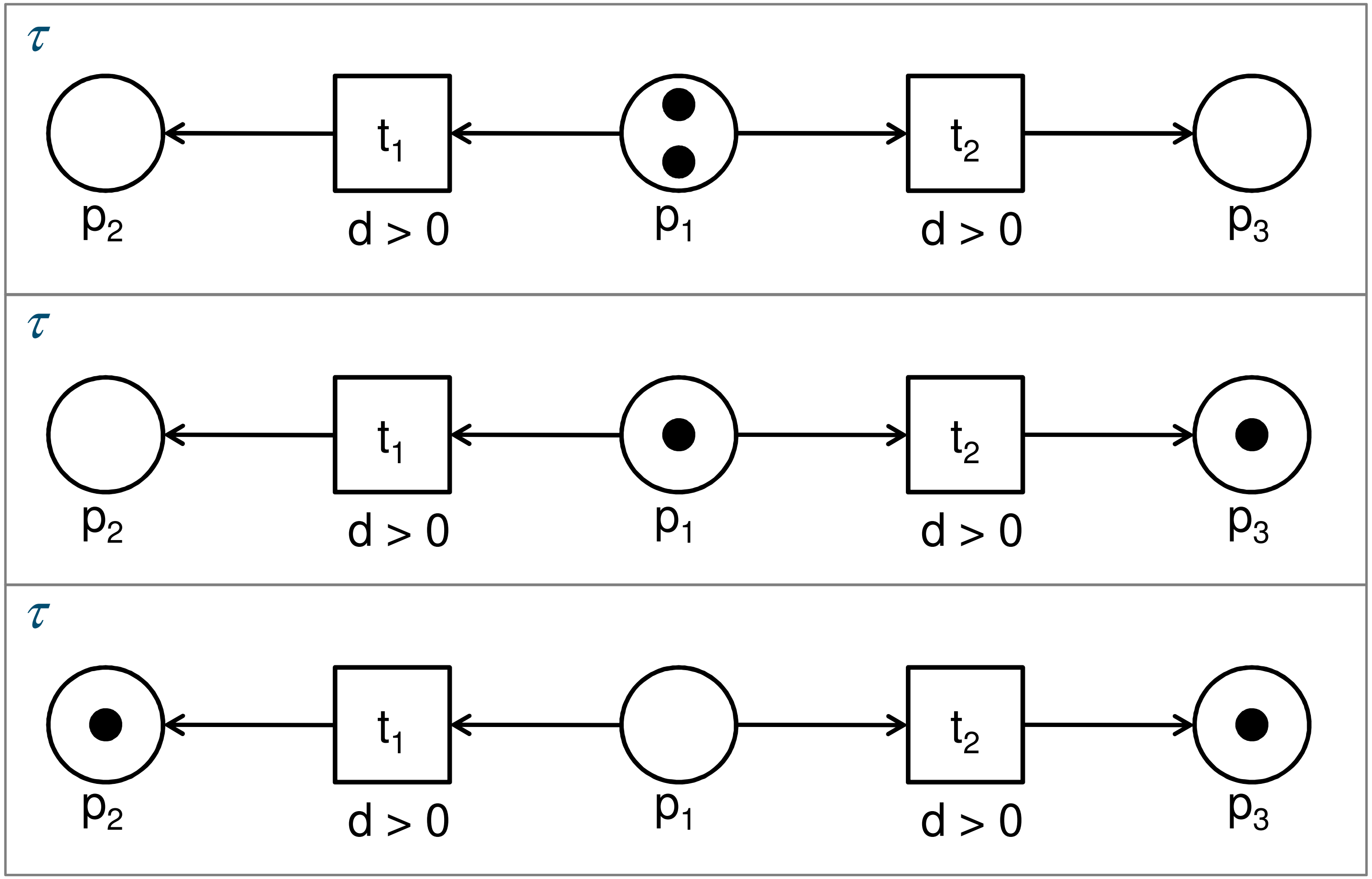
- Idee:
  - Splitten der Transition
- Problem: Unterschiedliches Verhalten
  - TV: Frühestes Schalten bei Maximalem Schritt
  - TI: Spätes Schalten bei Einzelschritt

  → 0-Verzögerung nicht zulässig



Flashback: Strategie-Umsetzung (B.3)

- Es gilt: Für transitions-verzögerte Petrinetze mit strikt positiven Verzögerungen, sind die beiden Umsetzungen äquivalent!

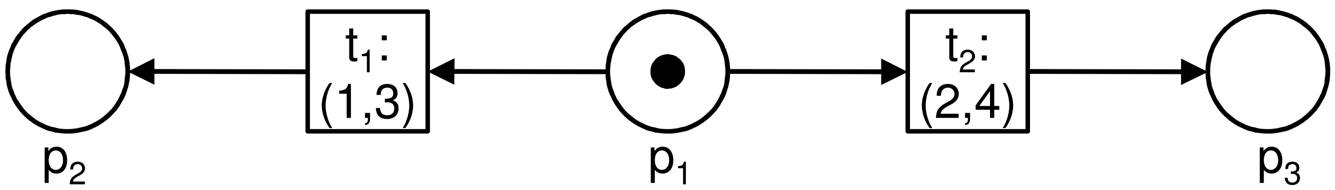


2.b TV simuliert TI

- Zu beachten:
  - Zurücksetzen der Timer beim Feuern
- Idee?
  - Vereinfachung: nur Free-Choice:

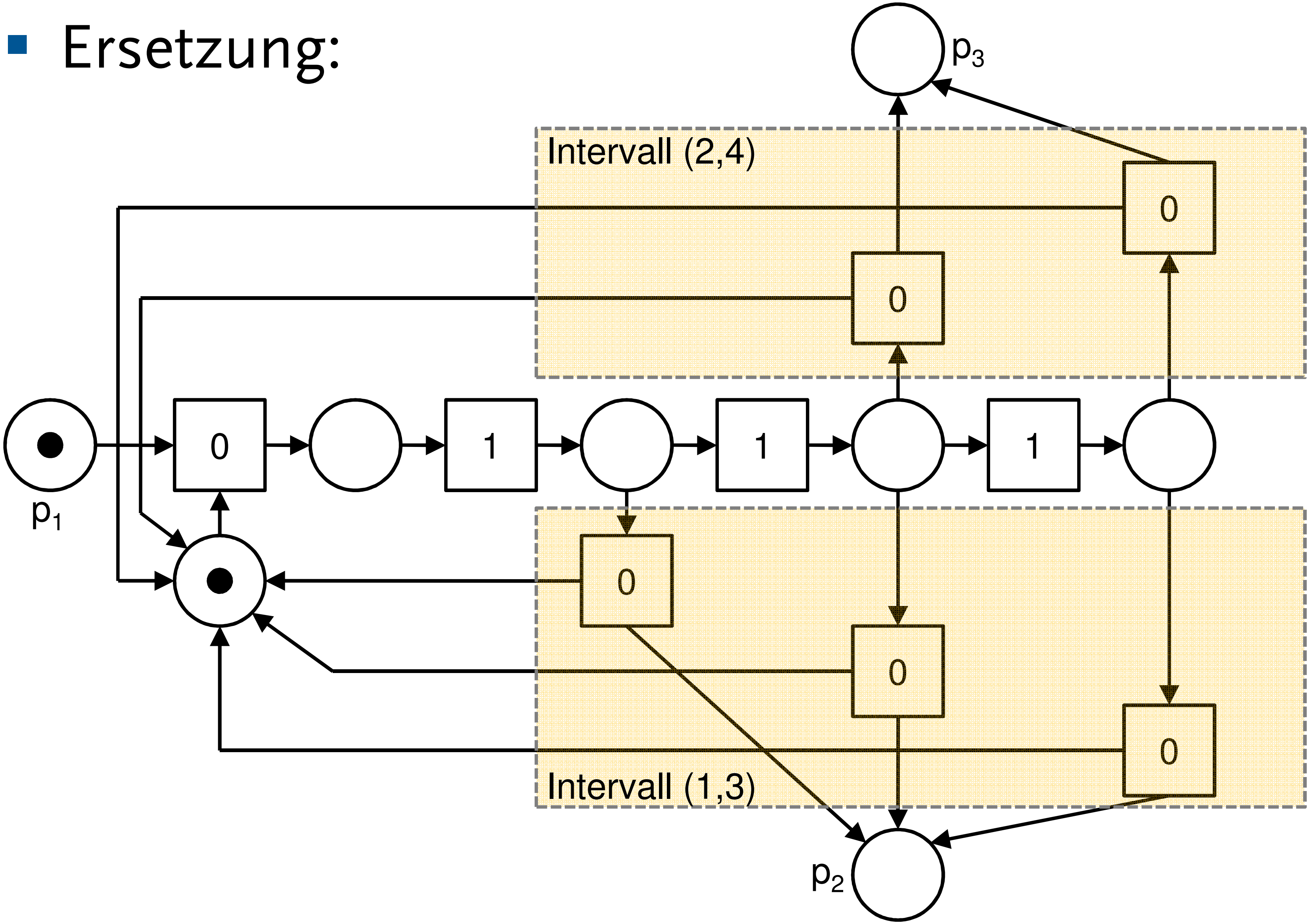
$$\forall s \in S : (|s \bullet| \leq 1) \vee (\bullet(s\bullet) = \{s\})$$

  - Jeden Schritt modellieren!?



2.B TV SIMULIERT TI (FORTS)

- Ersetzung:



Vielen Dank

für Eure Aufmerksamkeit

Definitionen

1. Beschränktheit:
   - nur endlich viele Zustände sind vom Anfangszustand erreichbar
2. Lebendigkeit von t bei z:
   - z' in $R_{[N,D]}(z)$ ein $z'' = [m'', u'']$ mit $t_{-} <= m''$ erreichbar ist
3. Erreichbarkeit einer Markierung m:
   - Zustand $[m^*, u^*]$ mit $m^* = m$ ist erreichber