

# ZEITPETRINETZE

Analyse von Petrinetzen

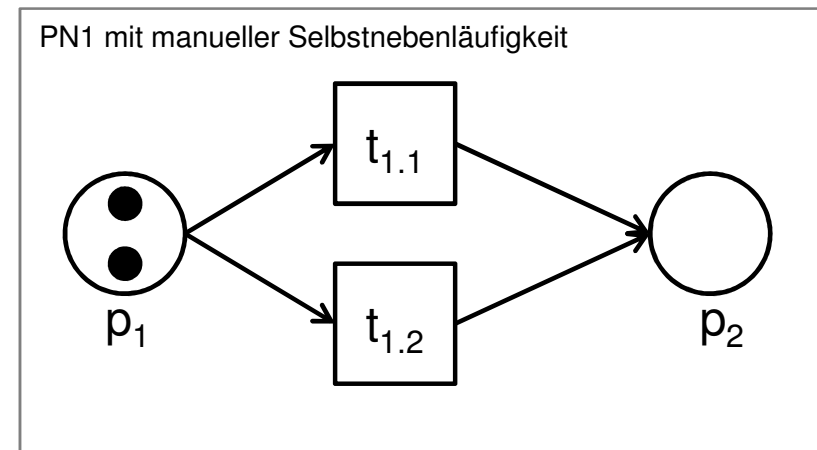
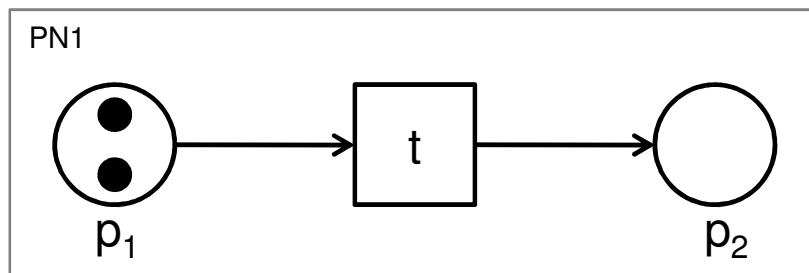
Hartmut Lackner

# ZEITPETRINETZE

- Aufprägung einer zeitlichen Struktur
  - Verhalten des Netzmodells
  - Berücksichtigung von Zeitbedingungen
- Zweck:
  - Simulation von Modellen
- Mittel:
  - Zeitbewertung der Netzelemente
  - Plätze, Transitionen, Kanten, Marken

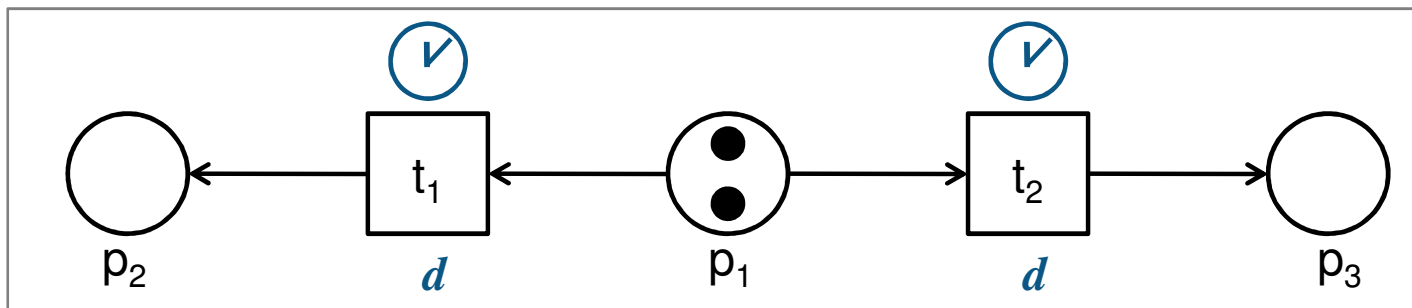
# ALLGEMEINE ANNAHMEN

- Es existiert ein globaler Zeitgeber
  - Alle Timer sind mit ihm synchronisiert
  - Alle Timer laufen gleich schnell
- Die Zeit ist diskret
  - Alle Zeiten und Verzögerungen sind aus  $\mathbb{N}$
- Keine Selbstnebenläufigkeit:



# TRANSITIONS-VERZÖGERTE PETRINETZE

- Transitionen besitzen eine Dauer  $d$
- Ein Zustand  $q = [m, c]$  ist gegeben durch
  - Eine Markierung  $m$
  - Vektor aus Timern der Transitionen  $c$
- Ein Timer ist „off“ oder zeigt eine Zeit  $\tau_t$ 
  - mit  $0 \leq \tau_t \leq d$

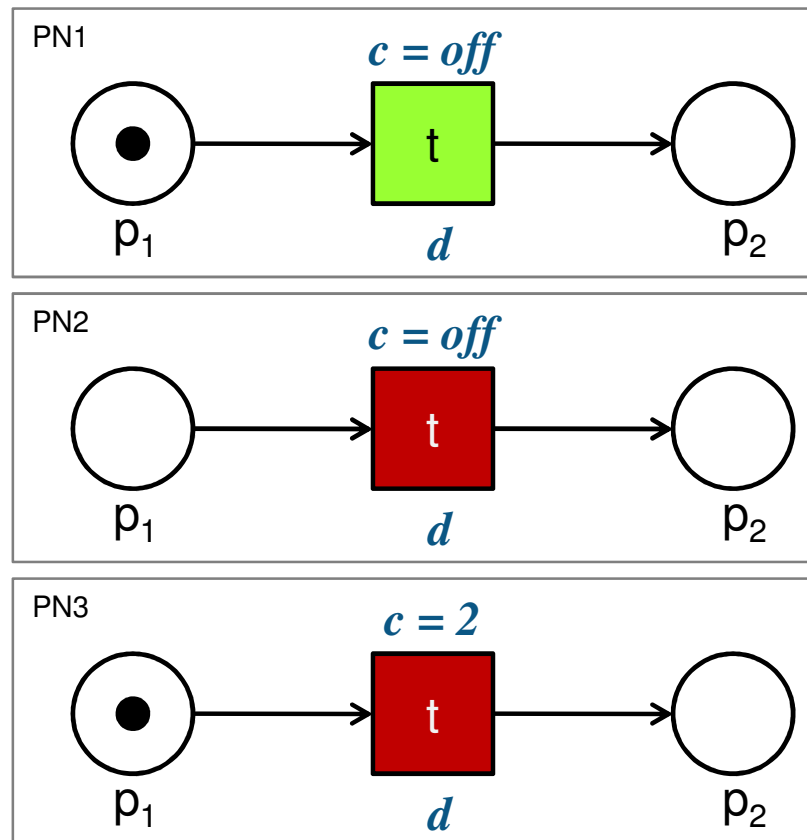


# FORMAL

- Das transitions-verzögerte Petrinetze ist ein Paar  $[N, D]$ , wo...
  - $N = [P, T, F, V, m_0]$  ein Petrinetz und
  - $D$  eine Abbildung ist, die jedem  $t \in T$  eine natürliche Zahl zuordnet.
- Sein Zustand sei ein Paar  $[m, c]$ , wobei...
  - $m$  eine Markierung von  $N$  ist und
  - $c: T \rightarrow \mathbb{N}$  jeder Transition  $t$  eine natürliche Zahl  $u(t) < D(t)$  zuordnet.

# AKTIVIERUNG EINER TRANSITION

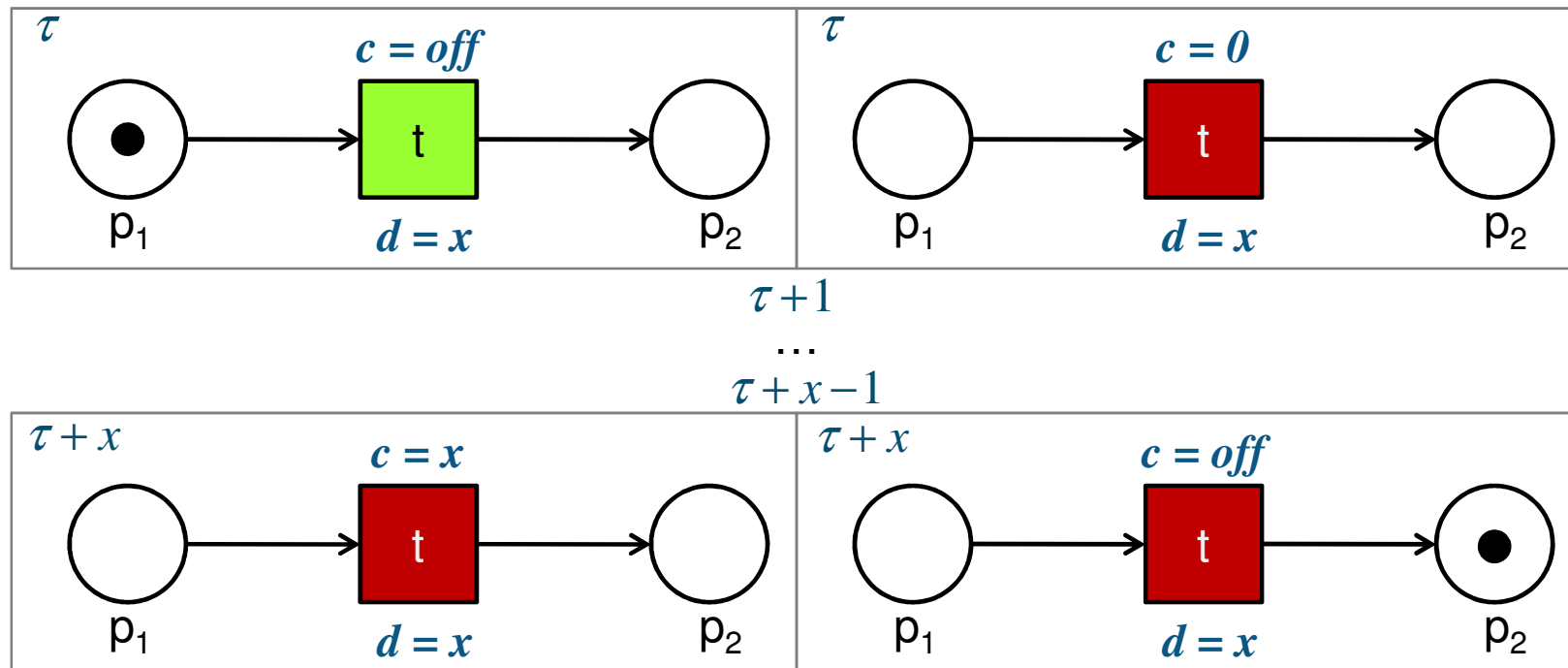
- Eine Transition ist aktiviert, wenn (und nur dann)
  1. wie gewöhnlich aktiviert und
  2. nicht schaltend (aktiv), d.h.  $c(t) = \text{off}$



t aktiviert in PN1  
t nicht aktiviert in PN2 u. PN3

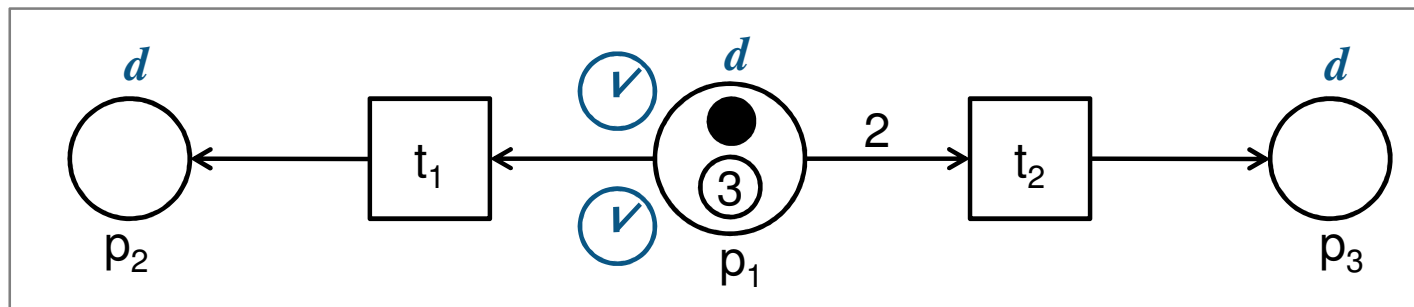
# SCHALTEN EINER TRANSITION

- Schalten von  $t$ 
  1. Konsumieren der Marken von den Vorplätzen und Einschalten des Timer:  $c(t) = 0$
  2. Wenn  $c(t) = d$ , Timer abschalten und Marken auf den Nachplätzen produzieren

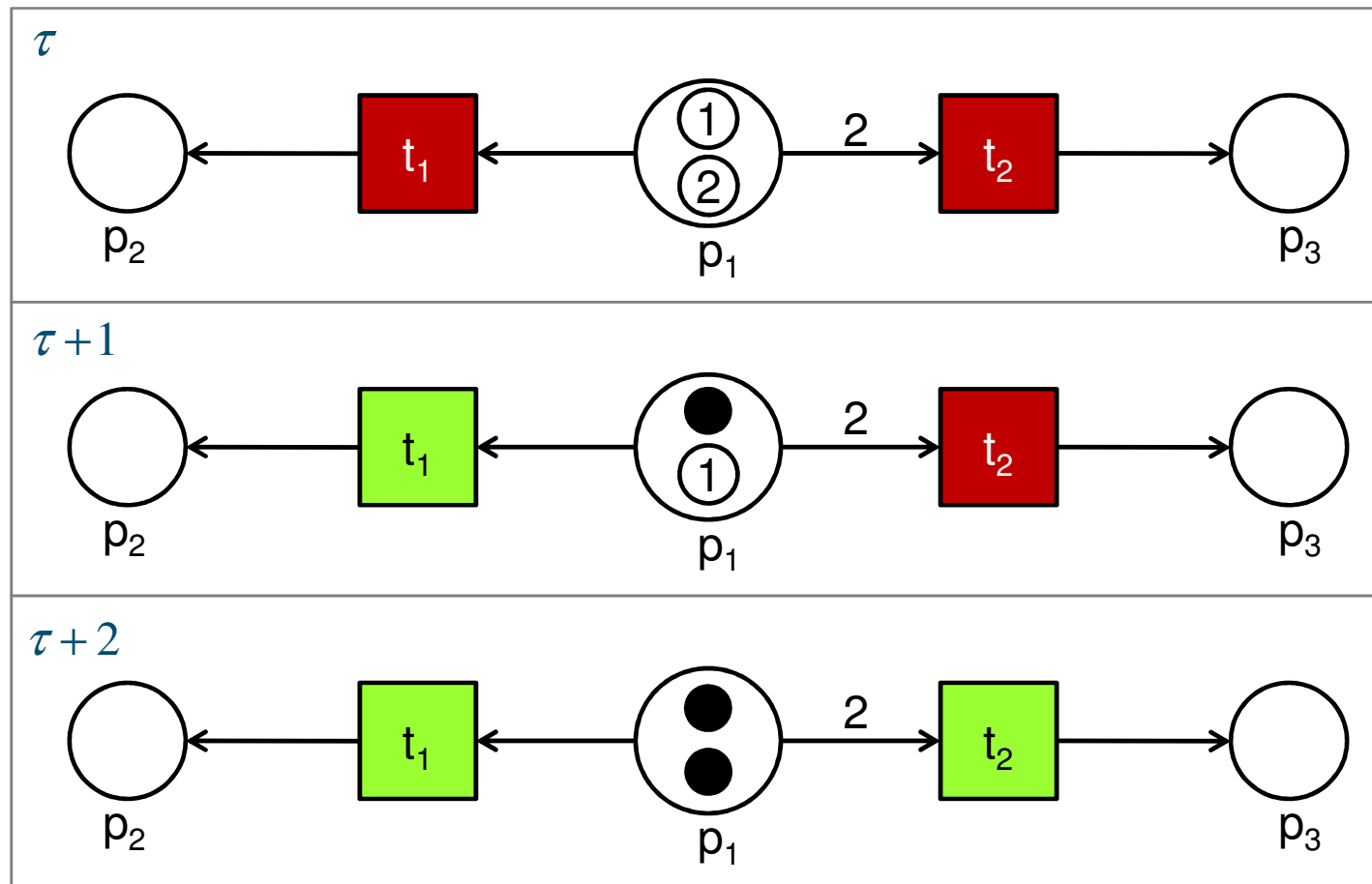


# PLATZ-VERZÖGERTE PETRINETZE

- Plätze verzögern Marken um  $d$  Zeiteinheiten
  - Marken sind währenddessen ungültig
- Erst nach Ablauf des Timers für die Marke, darf sie konsumiert werden.
- Der Zustand ist eine Liste von Markierungen
  - Zu welchem Zeitpunkt auf welchen Plätzen wie viele Marken gültig werden.



# AKTIVIERUNG EINER TRANSITION



$p_2 \ p_1 \ p_3$

$$q(\tau) = ((0, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 1, 0))$$

$$q(\tau+1) = ((0, 1, 0), (0, 1, 0))$$

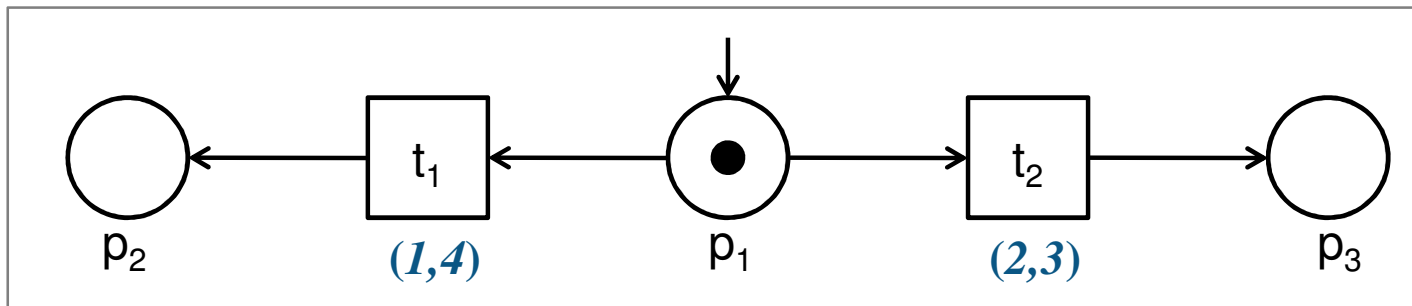
$$q(\tau+2) = ((0, 2, 0))$$

# TRANSITIONS-INTERVALL PETRINETZE

- Transitionen bekommen die Erlaubnis in einem Zeitfenster  $[a, b]$  zu schalten
  - Ihr Timer zählt sobald sie unter normalen Bedingungen aktiviert wäre
  - Aktiviert, wenn  $a \leq \tau \leq b$
  - Das Schalten kostet keine Zeit!
- Prinzipiell unendlich viele Zustände
  - Beschränkung auf ganzzahlige Zustände

# KONFLIKTE

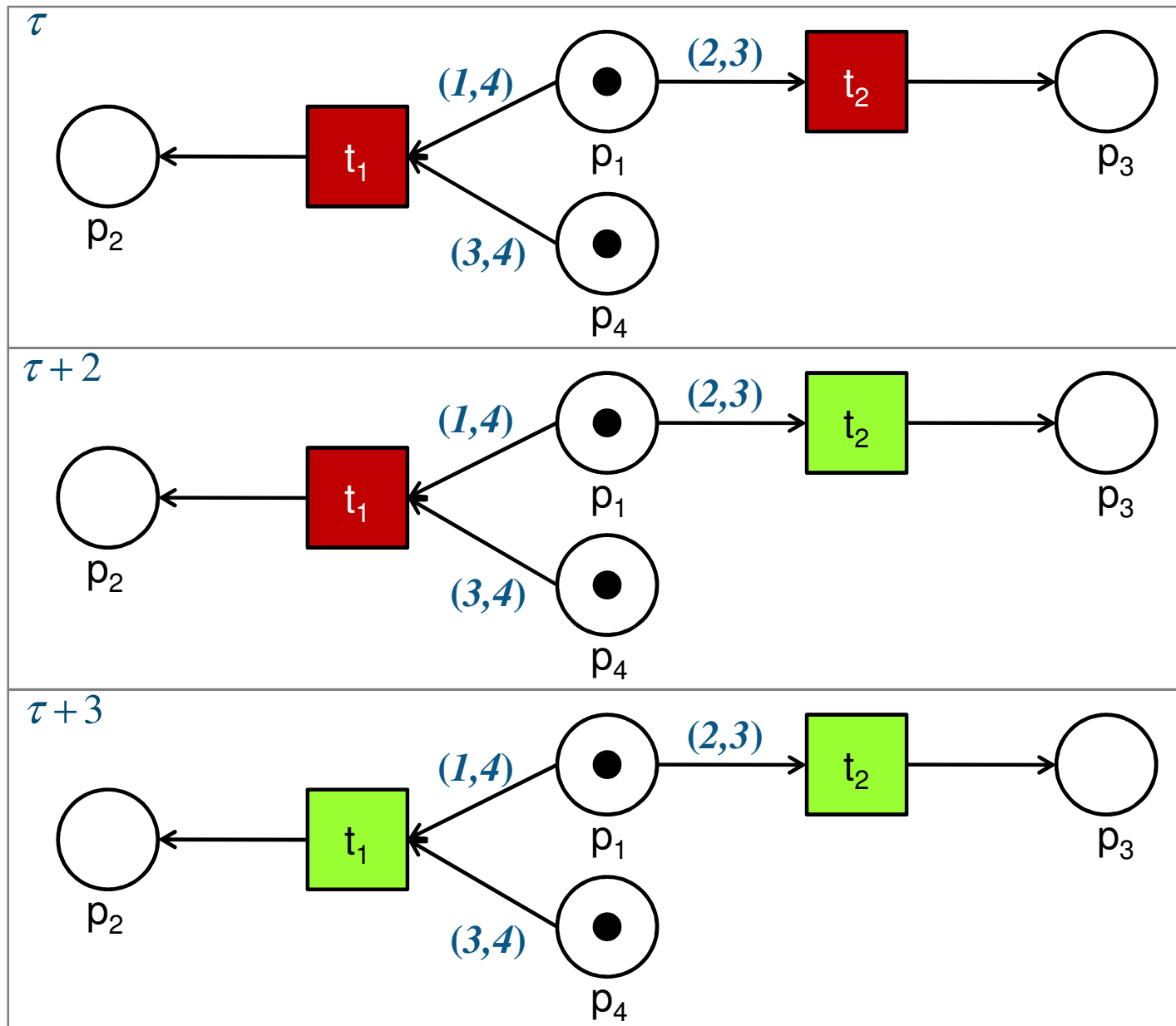
- Beim Schalten von  $t$  werden alle Timer der Transitionen auf  $0$  gesetzt, ...
  - die einen gemeinsamen Vorplatz mit  $t$  haben
  - sofern sie aktiviert waren und
  - auch nach dem Schalten aktiv sind,
  - sonst „off“.
- Beispiel an der Tafel:



# KANTEN-INTERVALL PETRINETZE

- Intervall  $[a, b]$  für Kanten der Art  $(p, t)$
- Plätze besitzen **einen** Timer
  - Wenn leer „off“
  - Bei Veränderung der Markenzahl auf **0** gesetzt
- Veränderung an Plätzen nur zu ganzzahligen Punkten der Zeit
- Weder Kanten noch Transition benötigen Zeit, um während sie schalten

# AKTIVIERUNG

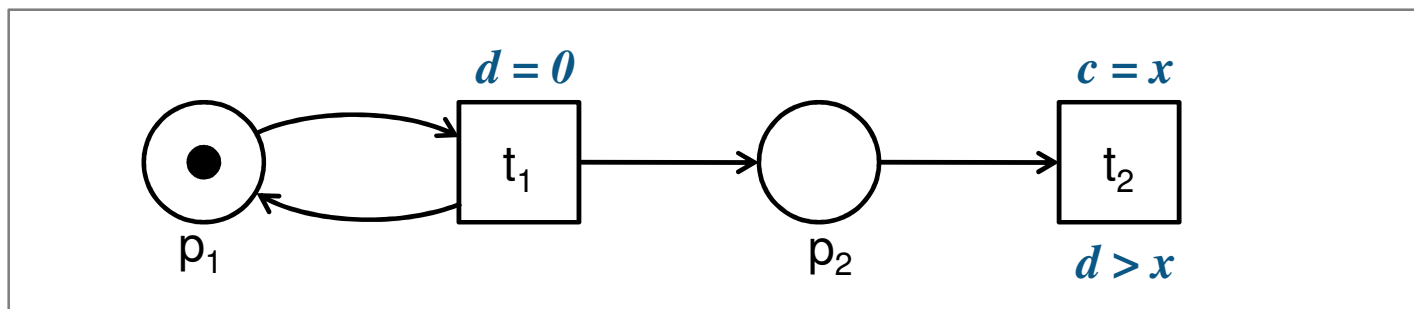


# ZEIT-VERKLEMMUNG

- Treten bei inkonsistenten Zeitbedingungen auf
  - Unendlich viele Schaltvorgänge in 0-Zeit
  - Der globale Zeitgeber schreitet nicht mehr voran
  - z.B. Hervorgerufen durch Schleifenkonstrukte, die keine Ausführungszeit besitzen
  
- Schaltstrategien beeinflussen das Verklemmungsverhalten
  - Schaltstrategie?

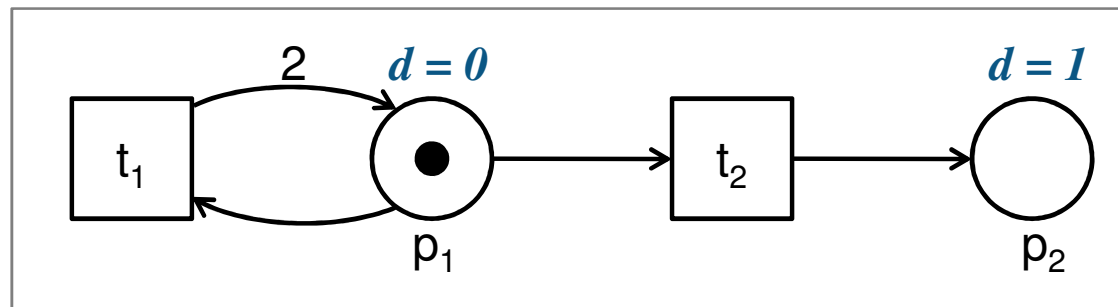
# BEOBACHTUNG 1: ZEIT-DEADLOCK IM TV

- Die Systemzeit schreitet nicht mehr voran, d.h. es wird nur noch ein Transition geschaltet, deren Dauer  $d(t) = 0$  beträgt
- Es gilt: Besitzt keine Transition eine Verzögerung von 0, kann keine Zeit-Verklemmung auftreten!



## BEOBACHTUNG 2: ZEIT-DEADLOCK IM PV

- Es existiert ein erreichbarer Zustand, von dem aus kein Zustand mit  $\tau+1$  erreichbar ist.
- Es gilt: Haben alle Transitionen ausschließlich Vorplätze mit einer Verzögerung  $> 0$ , können keine Zeit-Verklemmungen auftreten

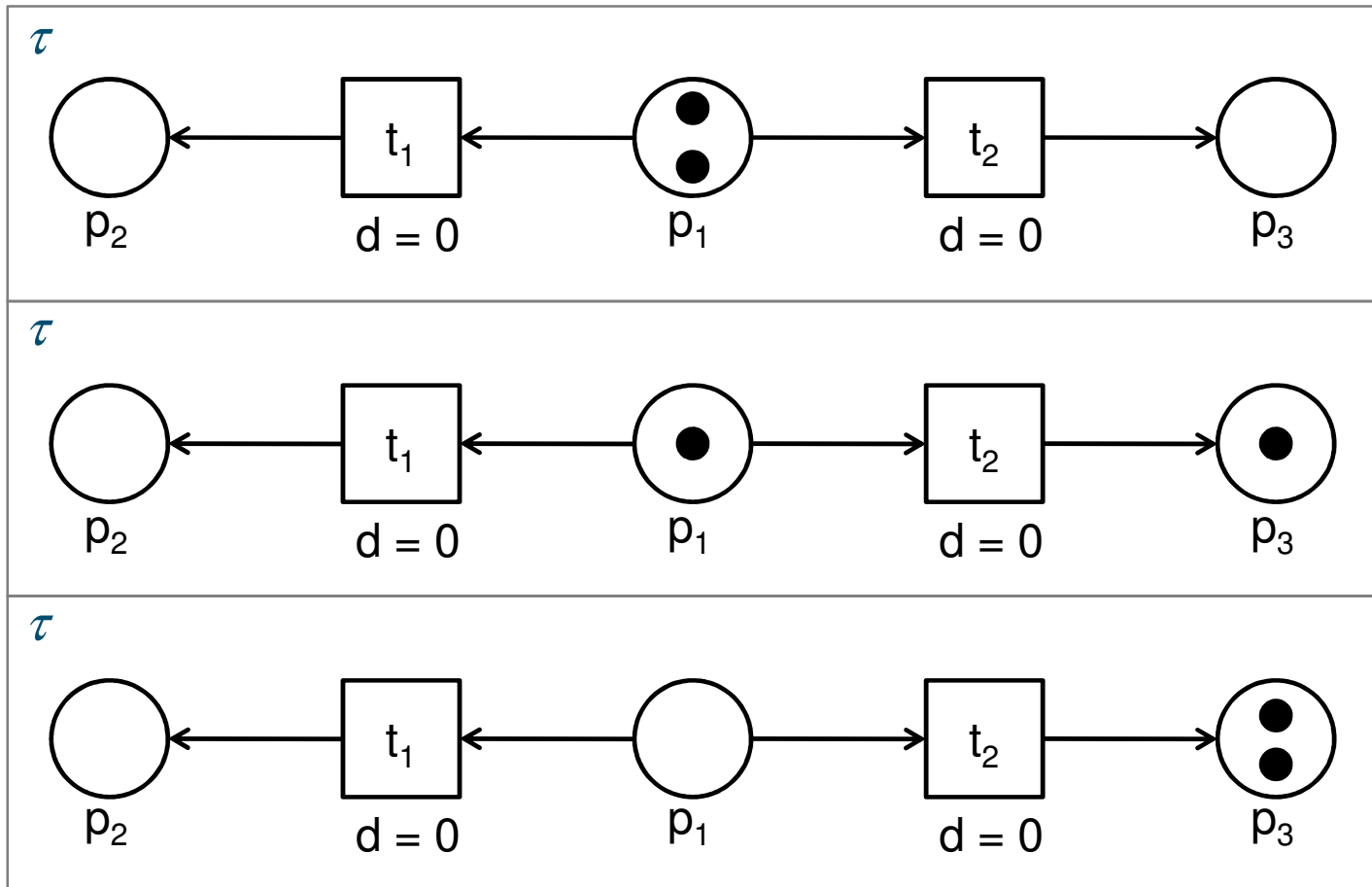


# SCHALT-STRATEGIEN

- Strategien
  - Kein Zwang
  - Spätestes Schalten
  - Frühestes Schalten
- Umsetzung
  - Einzelschritt (spät)
  - Maximaler Schritt (früh)
- *Die Systemzeit schreitet so lange nicht voran, wie noch eine Transition gestartet werden muss.*

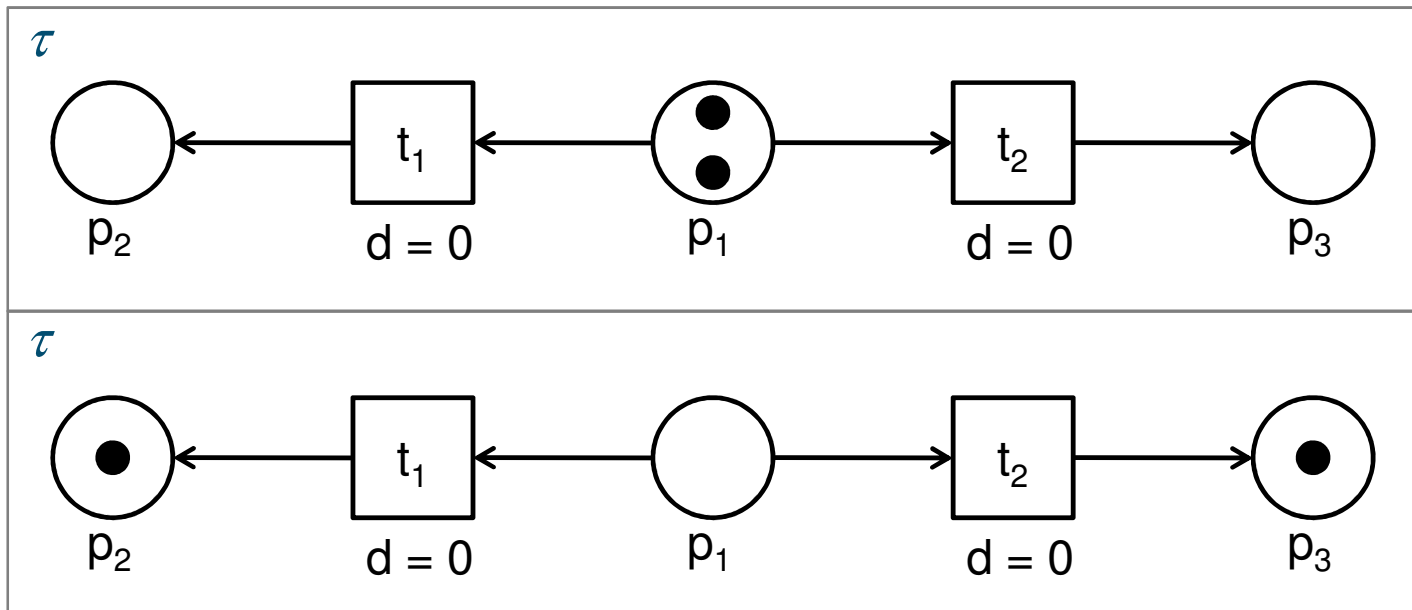
# SCHALT-STRATEGIE IM TV: BEISPIEL 1

- Frühestes Schalten umgesetzt mit Einzelschritt:



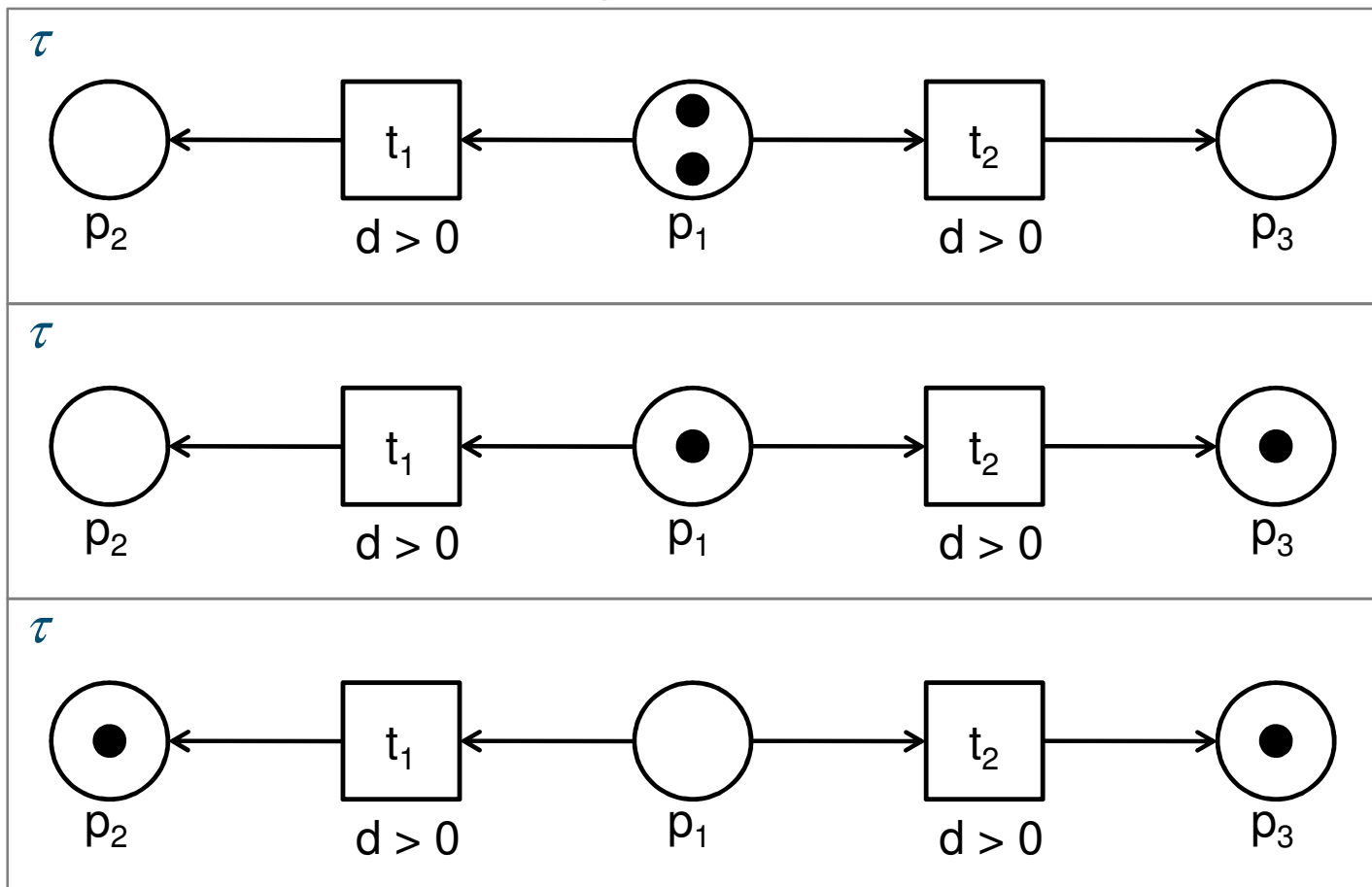
# SCHALT-STRATEGIE IM TV: BEISPIEL 2

- Unterschiedliche Erreichbarkeitsgraphen bei verschiedener Umsetzung möglich!
- Frühestes Schalten realisiert mit maximalem Schritt:



# BEOBACHTUNG 3: STRATEGIE-UMSETZUNG

- Es gilt: Für transitions-verzögerte Petrinetze mit strikt positiven Verzögerungen, sind die beiden Umsetzungen äquivalent!

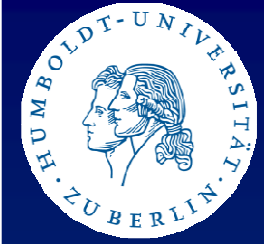


# PLATZ-VERZÖGERTE PETRINETZE

- Vergleich zur TV-Strategie:
  - Frühestes Schalten, mit maximalem Schritt
  - Einzelschritt kann das Modell ändern, auch wenn alle Verzögerungen positiv sind.

## AUSBLICK:

- Gegenseitige Simulation der verschiedenen Zeitpetrinetz-Typen
- Für Intervall-Petrinetze:
  - Erreichbarkeit
  - Beschränktheit
  - Lebendigkeit



VIELEN DANK

für Eure Aufmerksamkeit

12.02.2008