

# Seminar Analyse von Petrinetzen: Unfoldings I

Yves Radunz

16. Dezember 2007

# Unsere heutige Beschäftigung

- ① *Welche* Probleme versuchen wir mit Netzentfaltungen lösen?
- ② *Was* ist die Idee hinter der Netzentfaltung?
  - Überführung eines Petrinetzes in seine Entfaltung
  - Interpretation derselben
- ③ *Wie* entfalten wir Petrinetze?
  - Einschränkungen der Struktur
  - Beschränkung der Größe (Endlichkeit)

# Unsere heutige Beschäftigung

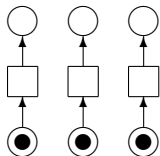
- ① *Welche Probleme versuchen wir mit Netzentfaltungen lösen?*
- ② Was ist die Idee hinter der Netzentfaltung?
  - Überführung eines Petrinetzes in seine Entfaltung
  - Interpretation derselben
- ③ Wie entfalten wir Petrinetze?
  - Einschränkungen der Struktur
  - Beschränkung der Größe (Endlichkeit)

# Ziele

- Bestimmung der erreichbaren Zustände (Markierungen)
- Wenn eine Markierung erreichbar ist: Wie ist sie erreichbar?
- keine Erzeugung des gesamten Erreichbarkeitsgraphen (wäre zu groß, evtl. sogar unendlich)
- möglichst wenig Informationsverlust

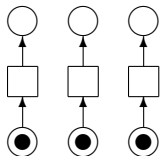
# Problemursachen bei Netzanalysen

## Nebenläufigkeit

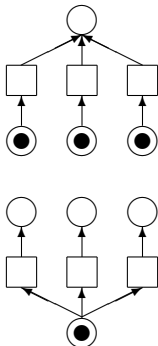


# Problemursachen bei Netzanalysen

Nebenläufigkeit

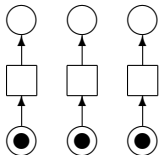


Konflikte

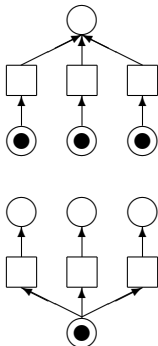


# Problemursachen bei Netzanalysen

Nebenläufigkeit



Konflikte

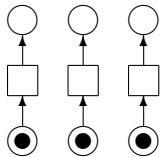


Abhängigkeiten

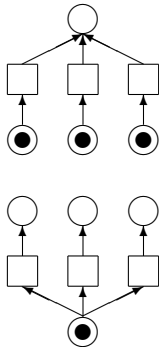


# Problemursachen bei Netzanalysen

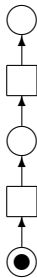
Nebenläufigkeit



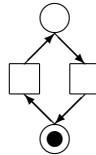
Konflikte



Abhängigkeiten



Schleifen



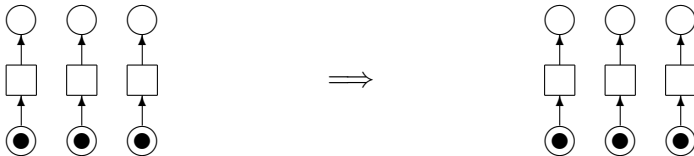
- ① Welche Probleme versuchen wir mit Netzentfaltungen lösen?
- ② Was ist die Idee hinter der Netzentfaltung?
  - Überführung eines Petrinetzes in seine Entfaltung
  - Interpretation derselben
- ③ Wie entfalten wir Petrinetze?
  - Einschränkungen der Struktur
  - Beschränkung der Größe (Endlichkeit)

# Transformation bei Nebenläufigkeiten

Reihenfolge des Schaltens der Transitionen egal

⇒ Unabhängigkeit soll erhalten bleiben.

⇒ keine weitere Veränderung

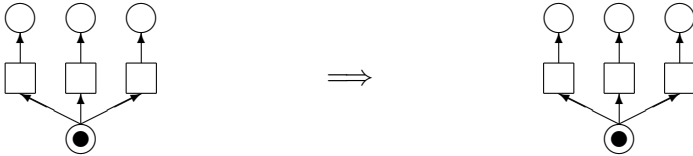


# Transformation bei Konflikten durch gemeinsame Vorplätze

Nur eine der Transitionen kann schalten.

⇒ Struktur wird in das entfaltete Netz übernommen.

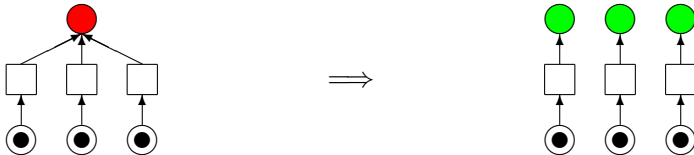
⇒ keine weitere Veränderung



# Transformation bei Konflikten durch gemeinsame Nachplätze

Wenn der Nachplatz markiert wurde, kann nicht mehr festgestellt werden, welche Transition ihn markiert hat.

⇒ Aufspaltung des Netzes für jede Transition, die diesen Platz markieren kann.

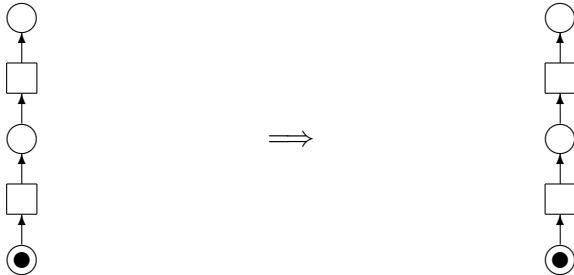


## Transformation bei Abhängigkeiten

Die abhängige Transition kann erst schalten, wenn ihr Vorgänger geschaltet hat.

⇒ Abhängigkeit soll erhalten bleiben.

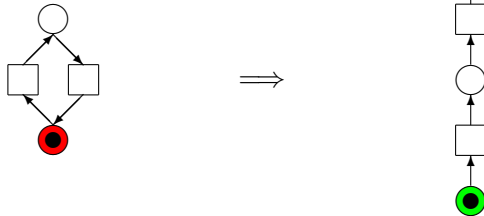
⇒ keine weitere Veränderung



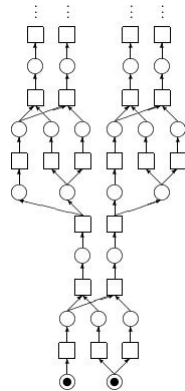
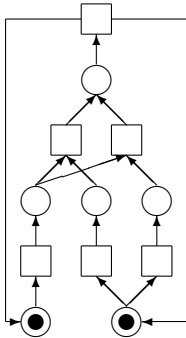
## Transformation bei Schleifen

Nach der Transformation sollen keine Schleifen mehr enthalten sein.

⇒ Einfügen einer neuen Kopie der Nachplätze, wenn diese bereits im transformierten Netz enthalten sind.

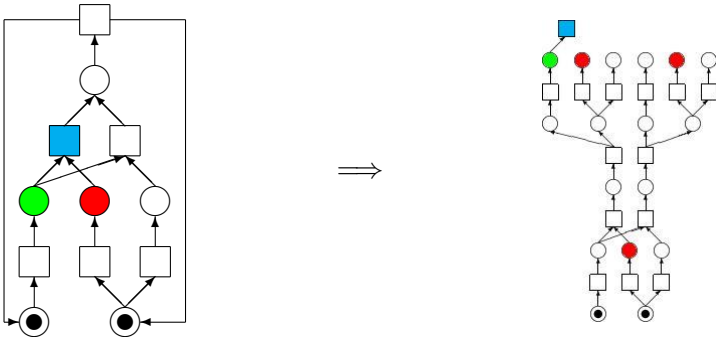


# Beispiel



- ① Welche Probleme versuchen wir mit Netzentfaltungen lösen?
- ② Was ist die Idee hinter der Netzentfaltung?
  - Überführung eines Petrinetzes in seine Entfaltung
  - Interpretation derselben
- ③ Wie entfalten wir Petrinetze?
  - Einschränkungen der Struktur
  - Beschränkung der Größe (Endlichkeit)

Welchen der Repräsentanten eines Platzes wählen wir als Vorplatz für die neue Transition aus?



## Definition: Konfiguration

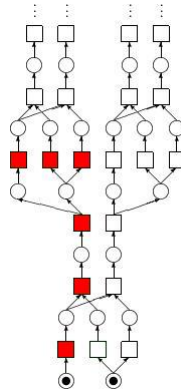
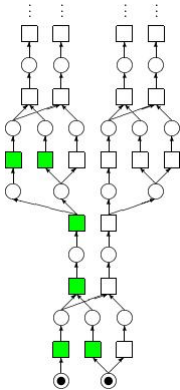
Sei  $N = (P, T, F, m_0)$  ein Petrinetz mit den Plätzen  $P$ , Transitionen  $T$ , Kanten  $F$  und der Startmarkierung  $m_0$ , sowie  $N^* = (P^*, T^*, F^*, m_0^*)$  die zugehörige Entfaltung.

Dann ist eine **Konfiguration** eine Menge  $K \subseteq T^*$  von Transitionen in der Entfaltung  $N^*$  mit:

- Für jede Transition aus  $K$  ist jede Vorgängertransition in  $K$  enthalten.
- Keine zwei Transitionen aus  $K$  haben einen Vorplatz gemeinsam.

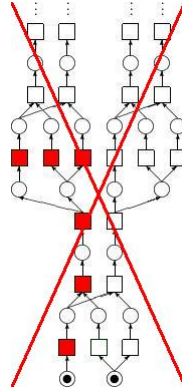
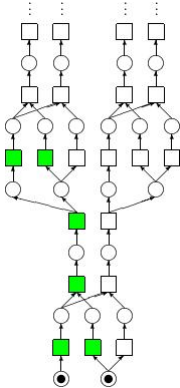
Welche Probleme?  
Idee der Netzentfaltung  
Wie entfalten wir Netze?

Auswahl der Transitionen bei der Entfaltung  
Konfigurationen als Entscheidungshilfe  
Endlichkeit der Entfaltung  
Abbruchbedingung

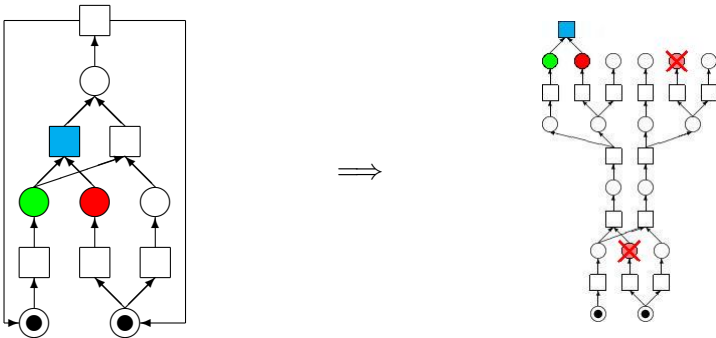


Welche Probleme?  
Idee der Netzentfaltung  
Wie entfalten wir Netze?

Auswahl der Transitionen bei der Entfaltung  
Konfigurationen als Entscheidungshilfe  
Endlichkeit der Entfaltung  
Abbruchbedingung

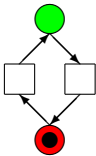


Wir wählen die Repräsentanten als Vorplätze, für welche es eine Konfiguration mit der neuen Transition gibt.



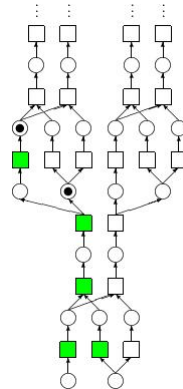
## Eine letzte Hürde...

Das entfaltete Netz kann noch unendlich groß werden:



# Abbruchbedingung

Die Netzentfaltung wird abgebrochen, sobald jede erreichbare Markierung eine Repräsentation in dem entfalteten Netz hat. Erreichbare Markierungen werden durch Konfigurationen dargestellt.



## Definition: lokale Konfiguration

Sei  $N = (P, T, F, m_0)$  ein Petrinetz und  $N^* = (P^*, T^*, F^*, m_0^*)$  das zugehörige entfaltete Netz.

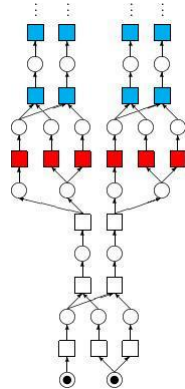
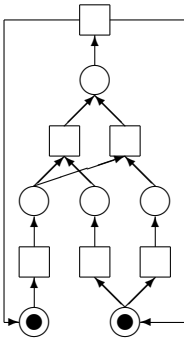
Zu einer Transition  $t \in T^*$  ist die *lokale Konfiguration* die Menge aller Transitionen, von denen  $t$  abhängt, d.h. die kleinste Konfiguration, die  $t$  enthält.


## Abbruchbedingung bei Transitionen


Eine Transition  $t$  wird als *Brakepoint* bezeichnet, wenn die Markierung, welche durch die lokale Konfiguration von  $t$  bestimmt wird, der Markierung einer anderen Transition  $t'$  mit kleinerer lokaler Konfiguration entspricht.

Transitionen, deren lokale Konfigurationen Brakepoints enthalten, werden nicht mehr zur Entfaltung hinzugefügt.

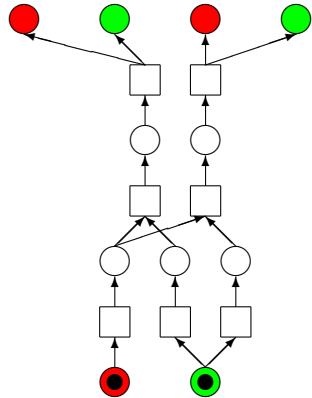
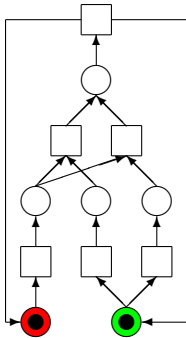
# Beispiel



 Brakepoints

 abgeschnittene Transitionen

# Beispiel



## Fortsetzung folgt...

### Voraussichtlicher Inhalt von Unfoldings II

- Endlichkeit der Entfaltungen
- Anwendung der Netzentfaltung

Welche Probleme?  
Idee der Netzentfaltung  
Wie entfalten wir Netze?