



Petri-Netz-Synthese



Synthese von Petri-Netz-Modellen 2
(Regionentheorie 2)

Rico Bergmann

17.12.2007

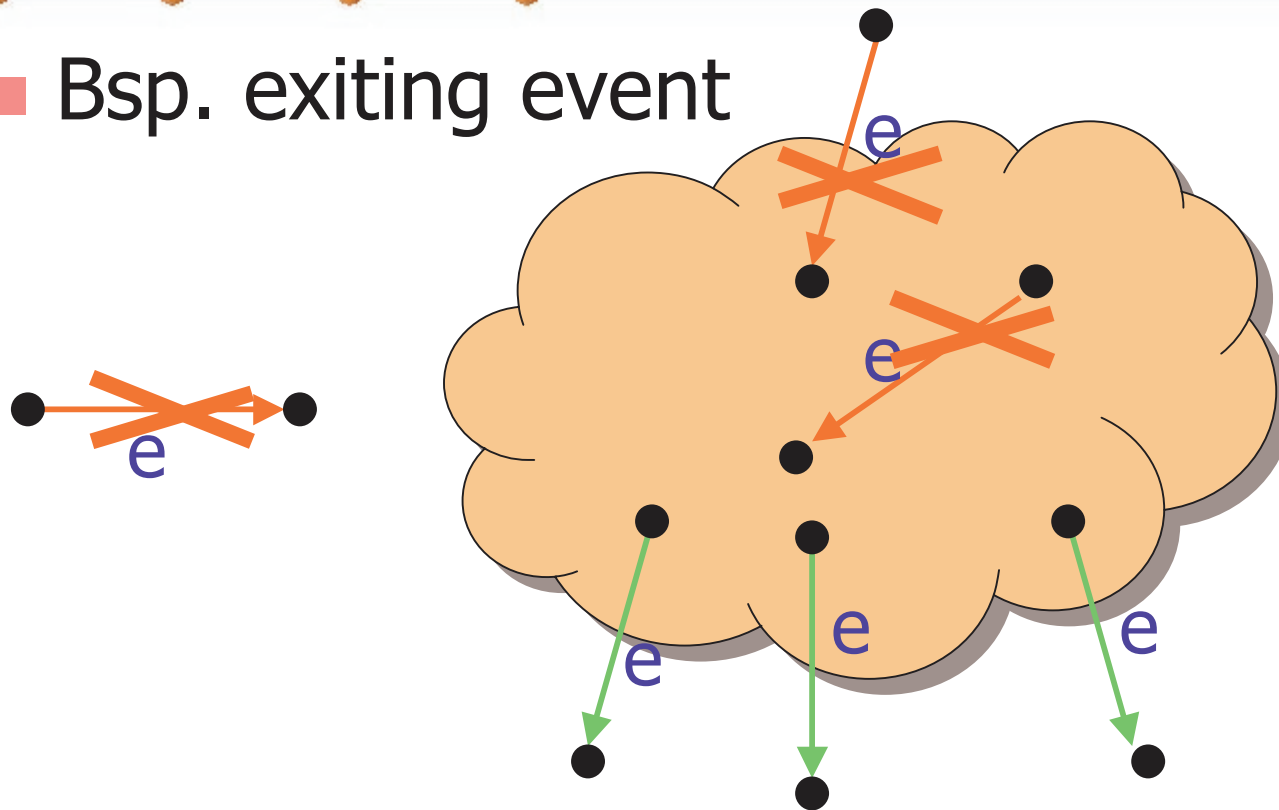
Erinnerung - Das Problem

„Finde zu einem gegebenem System (in Form eines Transitionssystems) ein Petri-Netz mit demselben Verhalten.“

- Sei $TS=(S, E, T, s_A)$ ein eTS
 - Dann ist ein ePN $P=(P, E, F, M_0)$ gesucht
 - Mit $ER(P) \cong TS$
 - $ER(P)$... Erreichbarkeitsgraph von P
 - \cong ... spezieller Isomorphismus

Erinnerung - Regionen

■ Bsp. exiting event



pre and post regions

- r sei Region
- Notation:
 - $r \in {}^\circ a$ gdw. a ist exiting event für r
 - ${}^\circ a$ ist die Menge aller r mit obiger Bedingung und heißt **pre regions von a**
 - analog bezeichnet a° die **post regions von a**

Erinnerung PN-Synthese

- PN-Synthese
 - Geg. eTS TS
 - Konstruiere ein ePN P (Regionen → Plätze)
 - Isomorphismus
 - Entferne redundante Regionen
 - Ausgabe: „kleines“ ePN

Verbesserungen

■ PN-Synthese

- Geg. ~~eTS~~ TS allgemeine Transitionssysteme
- Konstruiere ein ~~ePN~~ P (Regionen → Plätze)
- ~~Isomorphismus~~ Bisimulation
- Entferne redundante Regionen
- Ausgabe: „~~kleines~~“ ePN
 - Free Choice PN
 - safe PN
 - minimal PN
 - irredundant PN



Platz-Minimale PN



Synthese von platz-minimalen PN

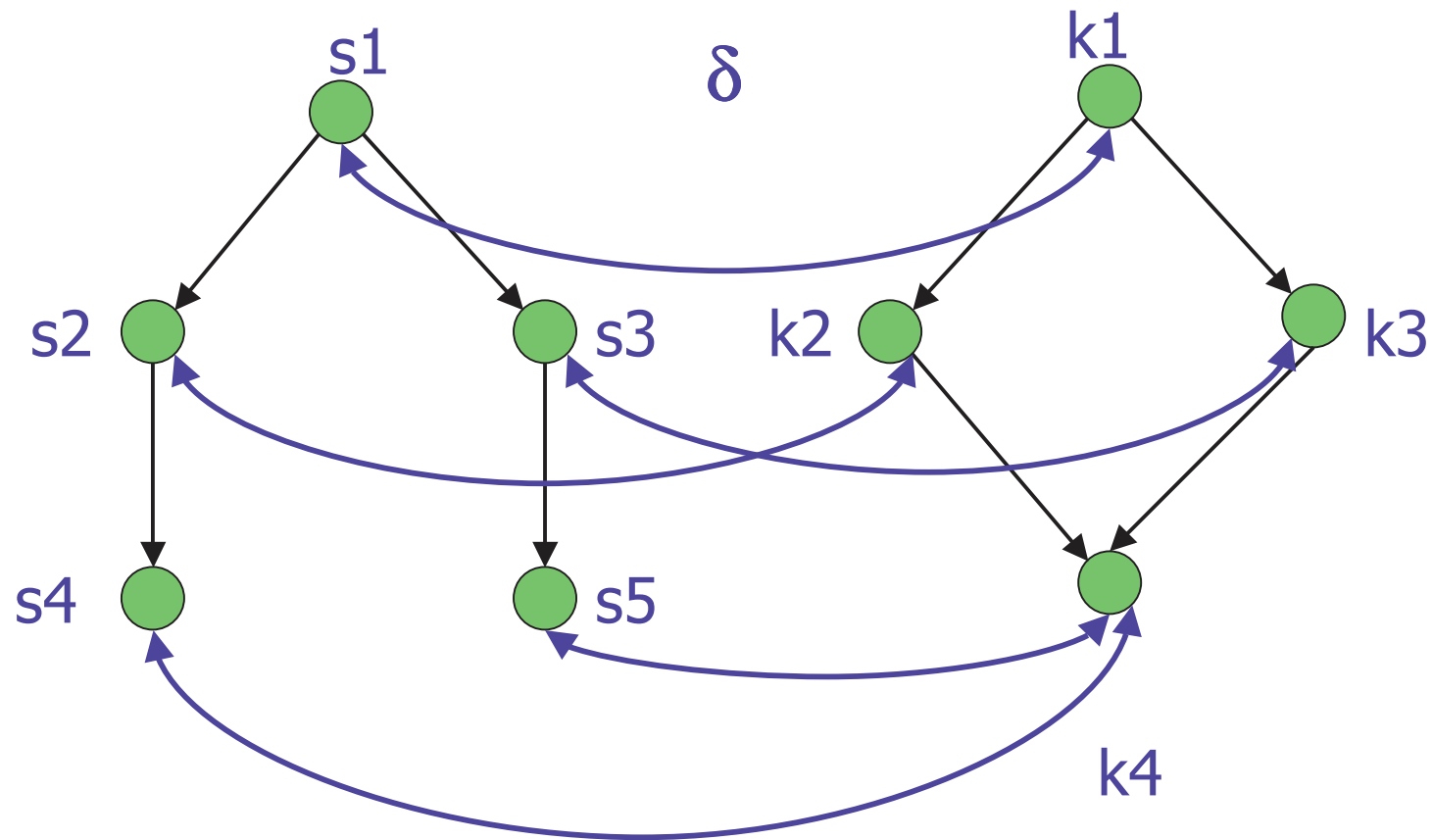
Axiome für Transitionssysteme

- $TS = (S, E, T, s_A)$, $T \subseteq S \times E \times S$, $s_A \in S$
 - S nichtleer endlich
 - E endlich
- (A1) No Self-Loops: $\forall (s, e, s') \in T : s \neq s'$
- (A2) Event Occurrence: $\forall e \in E : \exists (s, e, s') \in T$
- (A3) Reachability: $\forall s \in S : s_A \xrightarrow{*} s$

Bisimulation

- $TS_1 = (S_1, E, T_1, s_{A1}), TS_2 = (S_2, E, T_2, s_{A2}),$
- Bisimulationsrelation δ mit:
 - $\forall s_1 \in S_1 \exists s_2 \in S_2 : s_1 \delta s_2$
 - $\forall s_2 \in S_2 \exists s_1 \in S_1 : s_1 \delta s_2$
 - $\forall (s_1, e, s_1') \in T_1 \forall s_2 \in S_2 : s_1 \delta s_2 \Rightarrow \exists (s_2, e, s_2') \in T_2 : s_1' \delta s_2'$
 - $\forall (s_2, e, s_2') \in T_2 \forall s_1 \in S_1 : s_1 \delta s_2 \Rightarrow \exists (s_1, e, s_1') \in T_1 : s_1' \delta s_2'$

Bisimulation grafisch



Excitation Region

- excitation region $ER(a) \subseteq S, (a \in E)$
 - $\forall s \in ER(a) : (s, a, s') \in T$ und
 - $ER(a)$ maximal
 - anschaulich: maximale Menge von Zuständen, von denen die Transition a ausgeht
- $ER(a)$ muss keine Region sein

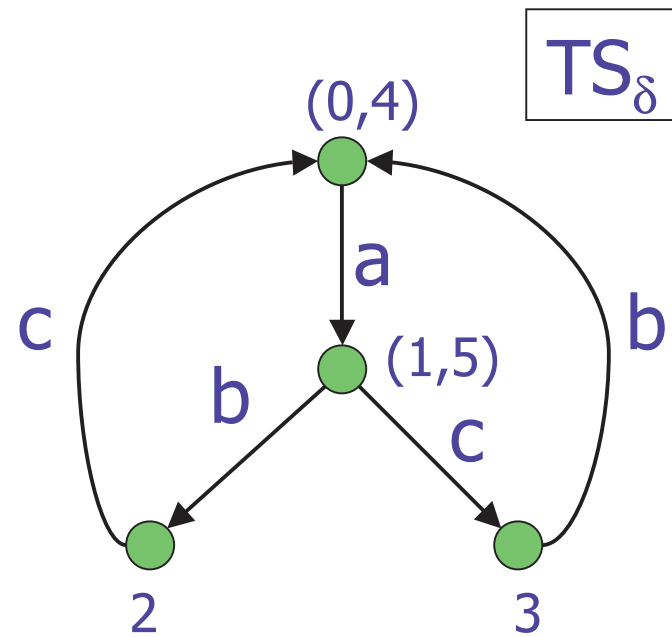
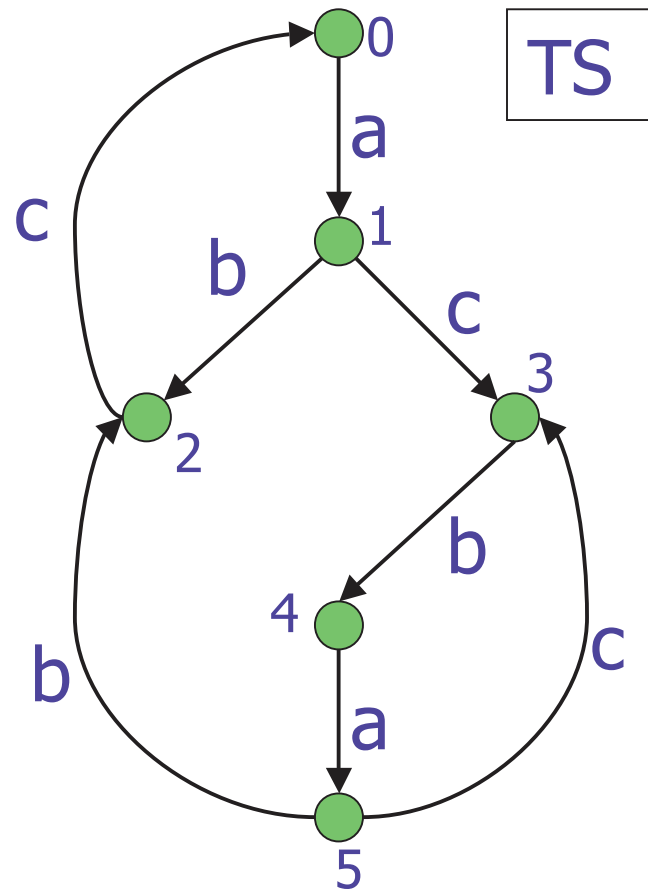
Axiome für ECTS

- $TS=(S,E,T,s_A)$ ist **excitation closed (ECTS)**, falls
 - (A4) excitation closure: $\forall a \in E : \bigcap_{r \in \circ a} r = ER(a)$
 - (A5) event effectiveness: $\forall a \in E : \circ a \neq \emptyset$

region separated TS

- TS sei ECTS, δ Relation mit $s \delta s'$ gdw.
 - $R_s = R_{s'}$ (s und s' sind in denselben Regionen)
- δ ist Äquivalenzrelation
- $TS_\delta = ([S], E, T_\delta, [s_A])$ heißt **region separated TS**
- Theorem 1: TS und TS_δ sind bisimilar

Beispiel

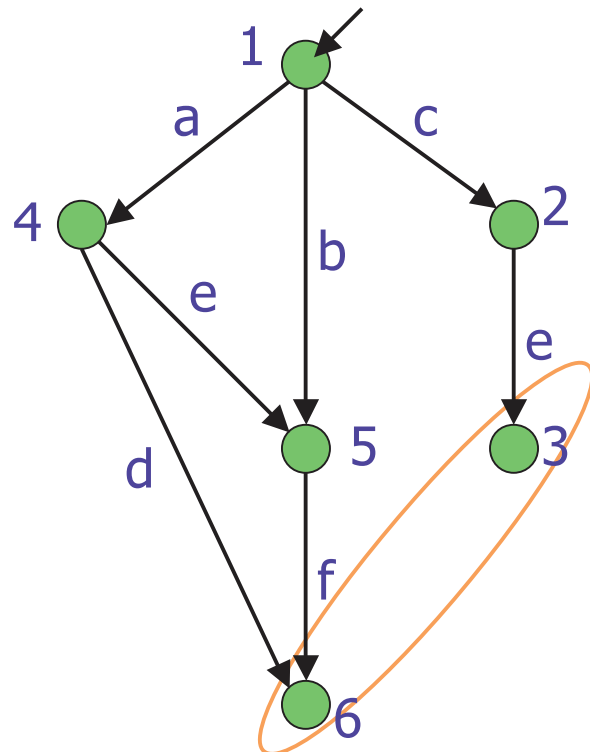


minimierte TS

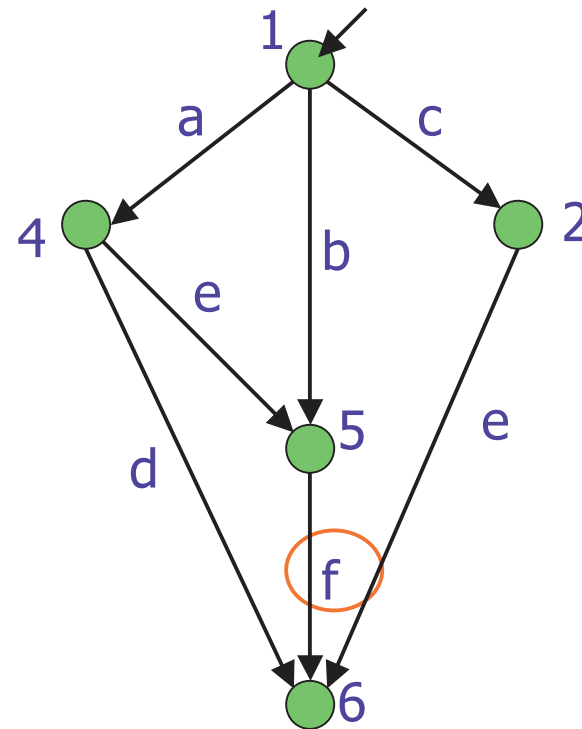
- Theorem 2:
 - jedes eTS ist ein ECTS
 - Sei TS ein ECTS, dann ist TS_δ ein eTS
- TS_δ ist eine minimierte Version von TS
 - aber nicht (platz-)minimal

minimales TS

ECTS, nicht minimal



minimal, nicht ECTS



Folgerungen

- minimales TS ist nicht immer ein ECTS
- aber:
 - sei P ein PN, das nur aus minimalen Pre-Regionen besteht
 - wir erhalten platz-irredundantes PN durch Entfernen redundanter Pre-Regionen
 - Vereinigen minimaler Pre-Regionen führt dann zu platz-minimalem PN

minimal pre-regions

- wie finde ich minimale pre-regions?
 - Idee
 - starte mit $ER(a)$
 - solange $ER(a)$ keine Region \rightarrow finde e , dass die Regioneneigenschaft verletzt
 - „legalisiere“ e



beliebige Transitionssysteme

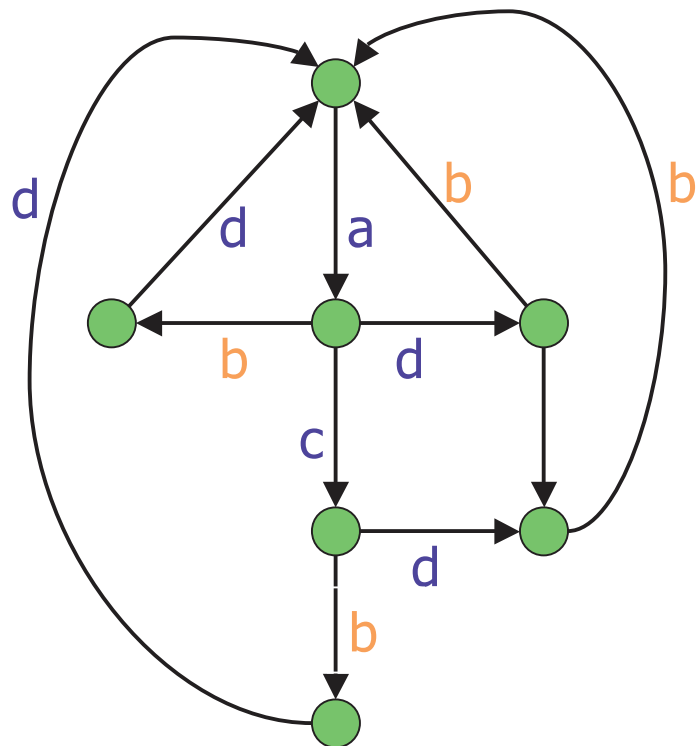


Erweiterung des Algorithmus von
elementare TSen zu beliebigen TS

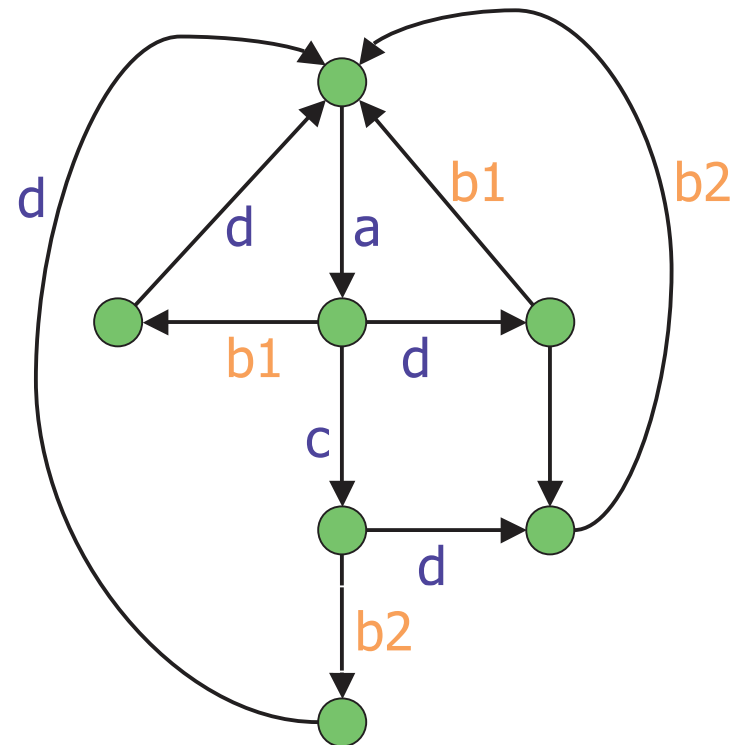
Label Splitting

- geg. TS
- falls TS kein ECTS
 - teilen (split) der „bösen“ Events (Label)
 - Fixpunktberechnung bis nichts mehr geteilt
 - das erhaltene TS ist ein ECTS
 - Bez: split-morphism
 - Nachteil: im synthetisierten PN gibt es verschiedene Transitionen mit gleichem Label

Label Splitting Beispiel



nicht ECTS



split-morphic ECTS

was haben wir gelernt?

- zunächst: Erweiterung der Eingabe von eTS auf ECTS
- platz-minimale PNe erstellen
- Algorithmus für beliebige TS erweitert
 - Nachteil: verschiedene Transitionen im PN mit demselben Label



Vielen Dank!



Fragen?