Reduktion des Erreichbarkeitsgraphen mit sturen Mengen

Partial-Order-Reduction II

Janine Ott

Institut für Informatik
Humboldt Universität zu Berlin

SE-Petrinetze
03.Dezember 2007

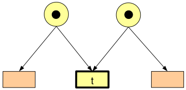
Wiederholung

Sture Mengen

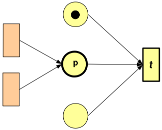
Eine Transitionsmenge ist (statisch) **stur** bei einer Markierung *m*, wenn folgendes gilt:

1. T_s enthält min. eine aktivierte Transition

2. aktivierte Transition t in T_s
$\Rightarrow$ alle Nachtransitionen jedes Vorplatzes von t in T_s



3. nicht aktivierte Transition t in T_s
$\Rightarrow$ alle Vortransitionen des Sündenbocks von t in T_s



Übersicht

1. Sture Mengen
    - Lokale Konstruktion
    - Globale Konstruktion
2. Reduktion des EG
3. Eigenschaften des REG
4. Problem der Reduktionsmethode

Lokale Konstruktion

Hüllenalgorithmus

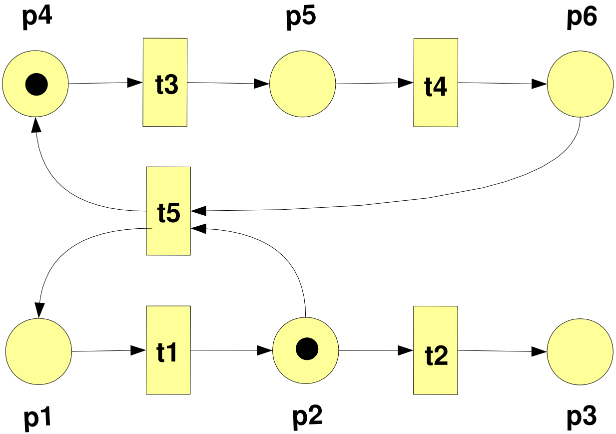
Eingabe: Petri-Netz (P, T, F), Markierung m

1. $B := \emptyset$, $T_s := \emptyset$
2. Wähle aus T eine bei m aktivierte Transition t_a: $B := B \cup \{t_a\}$
3. Solange $B \neq \emptyset$
4. Wähle t aus B: $B := B \backslash \{t\}$ und $T_s := T_s \cup \{t\}$
5. Wenn t aktiviert, dann $B := B \cup \{t_n \mid t_n \text{ kann } t \text{ deaktivieren} \wedge t_n \notin T_s\}$
6. Wenn t nicht aktiviert, dann wähle nicht markierten Vorplatz p von t und $B := B \cup \{t_n \mid t_n \text{ kann p aktivieren} \wedge t_n \notin T_s\}$

Ausgabe: T_s ist eine sture Menge bei m ($\mathbf{T_s(m)}$)

Lokale Konstruktion

Hüllenalgorithmus - Beispiel



Konstruktion: Hilfsgraph

Aufnahmerelation

$f_2(m,t)$: alle Transitionen, die nach der 2. Bedingung in T_s sein müssen, wenn t bei der Markierung m in T_s ist

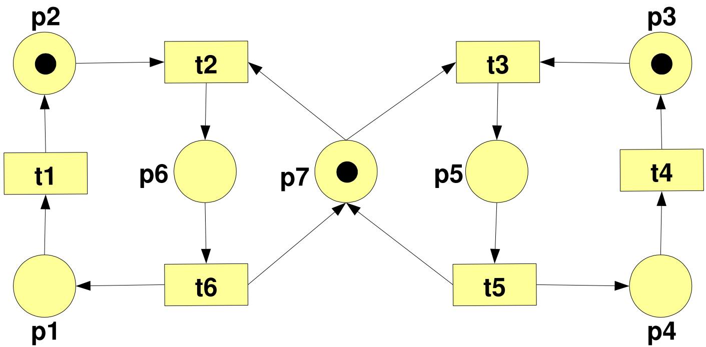
$f_3(m,t)$: analog zu f_2, allerdings bezüglich der 3. Bedingung

Aufnahmerelation $\rightsquigarrow$:

$$t_1 \rightsquigarrow t_2 \Longrightarrow \Big(t_2 \in f_2(m,t_1)\Big) \vee \Big(t_2 \in f_3(m,t_1)\Big)$$

Konstruktion: Hilfsgraph

Aufnahmerelation - Beispiel



Globale Konstruktion
SZK-Algorithmus

Eingabe: Hilfsgraph H (bzgl. Aufnahmerelation und einer Markierung m)

1. Suche in H eine maximale starke Zusammenhangskomponente (SZK) $K1$, die eine aktivierte Transition enthält
2. $EK1 := \{K \mid K$ ist maximale SZK $\wedge$ K ist erreichbar von $K1\}$
3. Solange $EK1 \neq \emptyset$
4. Wähle $K2$ aus $EK1$ und $EK1 := EK1 \setminus \{K2\}$
5. Wenn aktivierte Transition in $K2$, dann $K1 := K2$ und gehe zu Schritt 2
6. $T_s := \{t \mid t \in K1 \vee t$ ist von $K1$ erreichbar$\}$

Ausgabe: T_s ist eine sture Menge bei m ($\mathbf{T_s(m)}$)

Reduktion des EG

Basic-Stubborn-Set-Methode

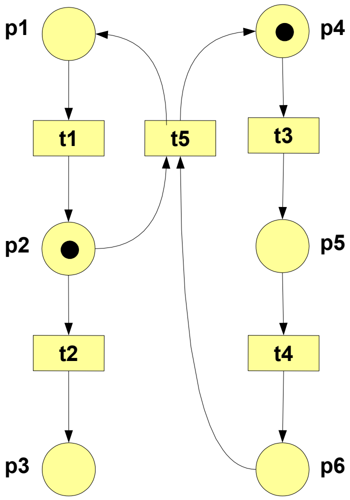
Eingabe: Petri-Netz (P, T, F), Markierung m_0

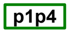
1. $R := \emptyset$, $M := \{m_0\}$, $E := \emptyset$
2. Solange $M \neq \emptyset$
3. Wähle m aus M, $R := R \cup \{m\}$ und $M := M \setminus \{m\}$
4. $A := \{t \mid t \in T \wedge t$ aktiviert bei $m\}$
5. Wenn $A \neq \emptyset$, dann
6. $A := A \cap T_s(m)$
7. Für alle $t \in A$
8. $m \xrightarrow{t} m'$
9. Wenn $m' \notin (R \cup M)$, dann $M := M \cup \{m'\}$
10. $E := E \cup \{\, [m, t, m'] \,\}$

Ausgabe: reduzierter Erreichbarkeitsgraph $REG := (R, E, T, m_0)$

Reduktion des EG

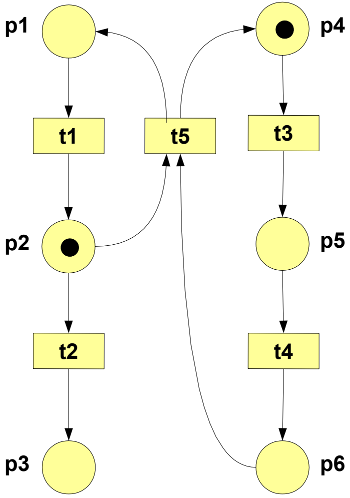
Basic-Stubborn-Set-Methode - Beispiel

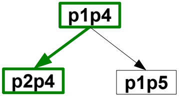




Reduktion des EG

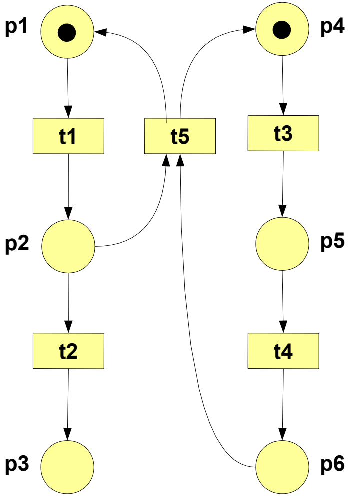
Basic-Stubborn-Set-Methode - Beispiel

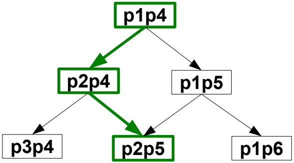




Reduktion des EG

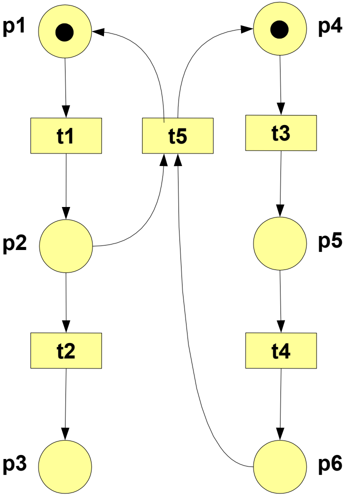
Basic-Stubborn-Set-Methode - Beispiel

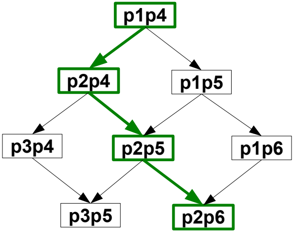




Reduktion des EG

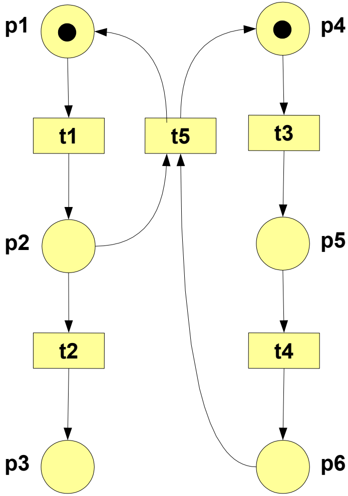
Basic-Stubborn-Set-Methode - Beispiel

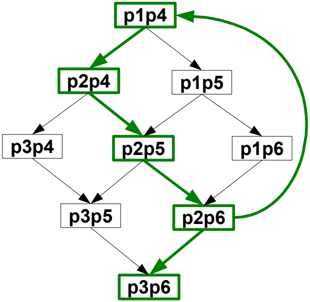




Reduktion des EG

Basic-Stubborn-Set-Methode - Beispiel

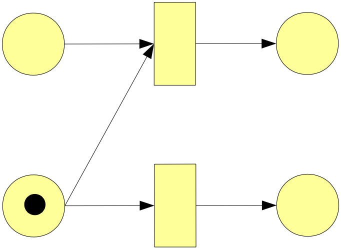




Eigenschaften des REG

Korollar

Wenn bei jeder Markierung eine sture Menge verwendet wird, die t enthält, so ist t tot gdw. es nicht im REG vorkommt.



Eigenschaften des REG

Satz 1: Deadlocks

Der stur reduzierte EG enthält alle Deadlocks des kompletten Erreichbarkeitsgraphen.

Beweisidee:

$$m_0 \xrightarrow{\qquad\qquad w \qquad\qquad} m_d$$

1. Fall: in w kommt ein $t \in T_s(m_0)$ vor

$$m_0 \xrightarrow{w_1} m_1 \xrightarrow{t} m_2 \xrightarrow{w_2} m_d$$

$$m_0 \xrightarrow{t} m_1' \xrightarrow{w_1} m_2 \xrightarrow{w_2} m_d$$

m_1' einen Schritt näher an m_d

Beweis per Induktion

2. Fall: in w kommt kein $t \in T_s(m_0)$ vor

$$\begin{array}{ccc} m_0 & \xrightarrow{\qquad\qquad w \qquad\qquad} & m_d \\ \downarrow t & & \downarrow t \end{array}$$

Eigenschaften des REG

Satz 2: Unendlichkeit

Wenn der EG einen unendlichen Pfad enthält, dann auch der stur reduzierte.

Beweisidee:

Sei w ein unendlicher Kantenzug im EG, beginnend bei m_0.

$\Rightarrow$ bei m_0 existiert eine aktivierte Transition t, die auf unendlichen Pfad w liegt

Konstruiere eine sture Menge, die t enthält und schalte t

$$m_0 \xrightarrow{t} m_1$$

$\Rightarrow$ m_1 liegt auf dem unendlichen Pfad w

Beweis per Induktion

Eigenschaften des REG

Satz 3: Beschränktheit

Wenn zu einem Platz p bei jeder Markierung eine sture Menge verwendet wird, die $\bullet p$ enthält, so ist p im kompletten EG beschränkt gdw. es im REG beschränkt ist.

Problem

Ignorierte Transitionen

Problem der Basic-Stubborn-Set-Methode

Eine Transition heißt **ignoriert**, wenn sie in allen Markierungen einer starken Zusammenhangskomponente des reduzierten Erreichbarkeitsgraphen aktiviert, aber bei keiner geschaltet ist.