

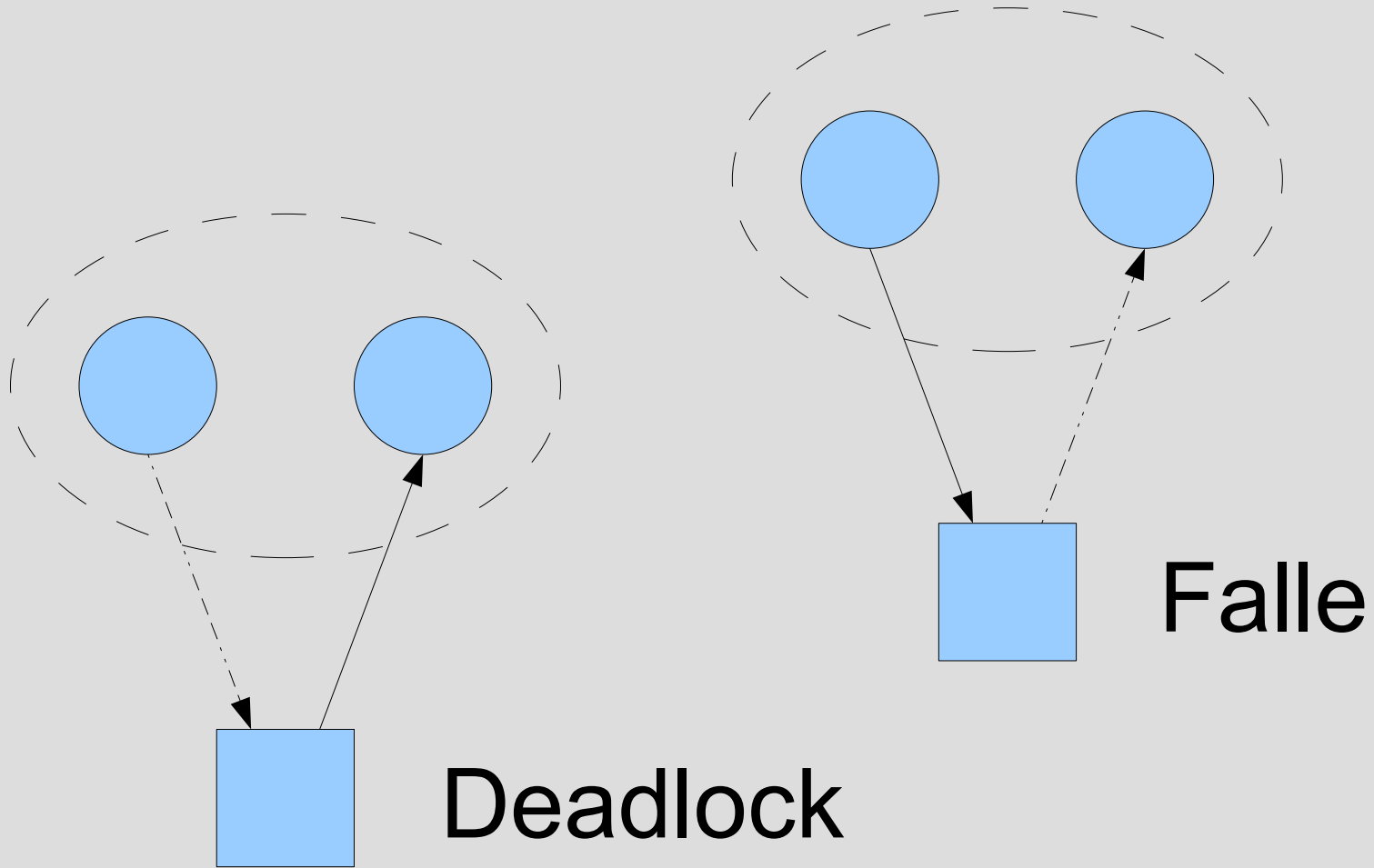
Seminar

Analyse von Petrinetz-Modellen

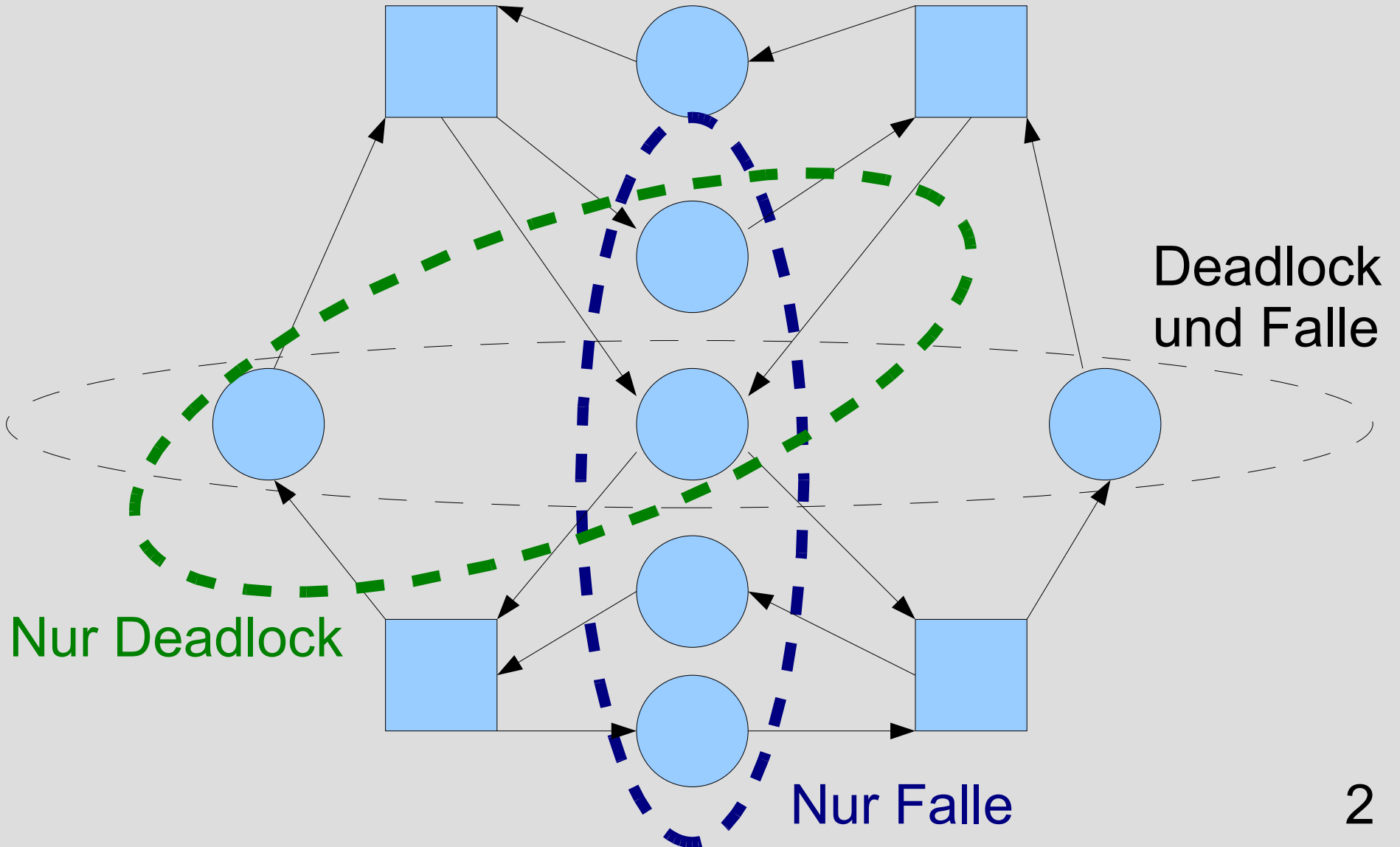
Vortrag: "Deadlocks und Fallen" II

Steve Reich
26.11.2007

Wiederholung



Wiederholung



Satz zur strukturellen Analyse

Es sei N ein homogenes EFC-Netz mit nicht-blockierender Vielfachheit.

N ist lebendig
genau dann wenn
 N die Deadlock-Falle-Eigenschaft hat.

Peter H. Starke
„Analyse von Petri-Netz-Modellen“

Satz zur strukturellen Analyse

Commoner's Theorem

Ein Free Choice Netz ist lebendig
genau dann wenn
jeder Deadlock eine bei der Startmarkierung
markierte Falle enthält.

Desel, Esparza
„Free Choice Petri-Nets“

Lebendigkeit von Stellen

Eine Stelle s heißt tot bei der Markierung m , falls s bei keiner von m erreichbaren Markierung markiert ist.

Eine Stelle s heißt lebendig bei m , falls von jeder von m erreichbaren Markierung eine Markierung erreichbar ist, wo s markiert ist.

Ein Netz N heißt stellenlebendig, wenn alle Stellen lebendig sind.

Lebendigkeit von Stellen

Satz:

In jedem Netz ist eine Markierung erreichbar, bei der jeder Knoten entweder tot oder lebendig ist.

Beweis:

Solange ein Knoten existiert der nicht lebendig aber nicht tot ist, gehe weiter zu einer Folgemarkierung, bei der er tot ist. Alle bisher toten Knoten bleiben dabei tot.

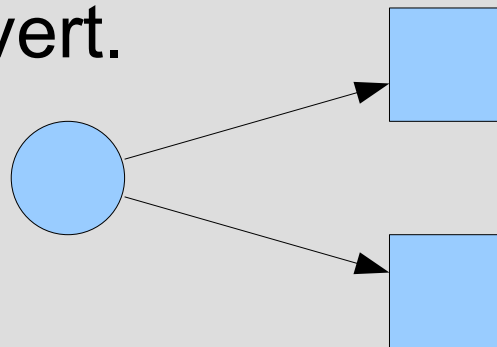
Lebendigkeit von Stellen

Satz:

Falls eine Transition t in einem FC-Netz tot bei der Markierung m ist, so ist mindestens ein Vorplatz von t nicht lebendig bei m .

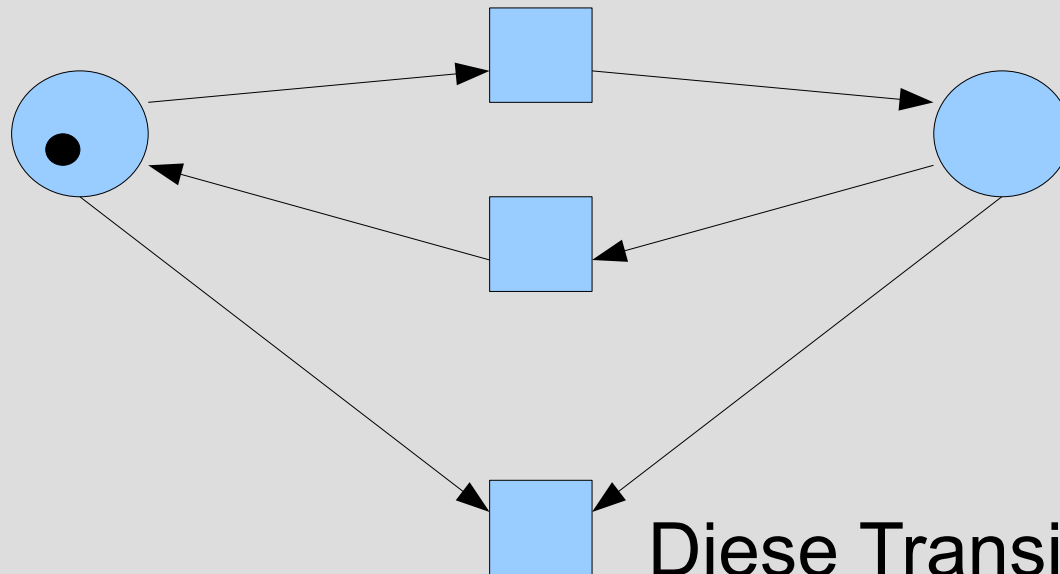
Beweis:

Sei t tot bei m . Wenn nun der Vorplatz lebendig wäre, könnte er markiert werden, dann wäre aber auch t aktiviert.



Lebendigkeit von Stellen

Beispiel für nicht FC-Netze



Diese Transition ist tot,
obwohl beide Vorplätze lebendig sind.

Satz:

Jede Transition in der Umgebung einer toten Stelle ist tot.

Lebendigkeit von FC-Netzen

Satz:

Ein FC-Netz ist lebendig, wenn es platzlebendig ist.

Ein lebendiges FC-Netz ist nach Definition platzlebendig.

Ein nichtlebendiges FC-Netz hat eine erreichbare Markierung m und eine Transition t , so dass t tot bei m ist. Nach dem letzten Satz ist somit auch ein Vorplatz von t tot. Deshalb ist dieses FC-Netz nicht platzlebendig.

Deadlock im nicht lebendigen FC-Netz

Satz:

Jedes nicht lebendige FC-Netz hat einen Deadlock D und eine erreichbare Markierung m , so dass D unmarkiert bei m ist.

Beweis:

Sei N nicht lebendig. Dann gibt es eine erreichbare Markierung m , wo jeder Knoten tot oder lebendig ist.

Deadlock im nicht lebendigen FC-Netz

Fortsetzung Beweis:

Sei $D = \{s \mid s \text{ tot bei } m\}$.

- $D \neq \emptyset$, weil N nicht lebendig.
- Wenn $t \in \bullet D$, so t tot, also auch $t \in D \bullet$.
Jede Transition in der Umgebung einer toten Stelle ist tot.

Deshalb ist D ein Deadlock.

Commoner's Theorem

Zu Zeigen:

Wenn jeder Deadlock eines FC-Netzes eine initial markierte Falle beinhaltet ist das Netz lebendig.

Ein nicht lebendiges FC-Netz hat einen unmarkierten Deadlock laut letzter Folie.

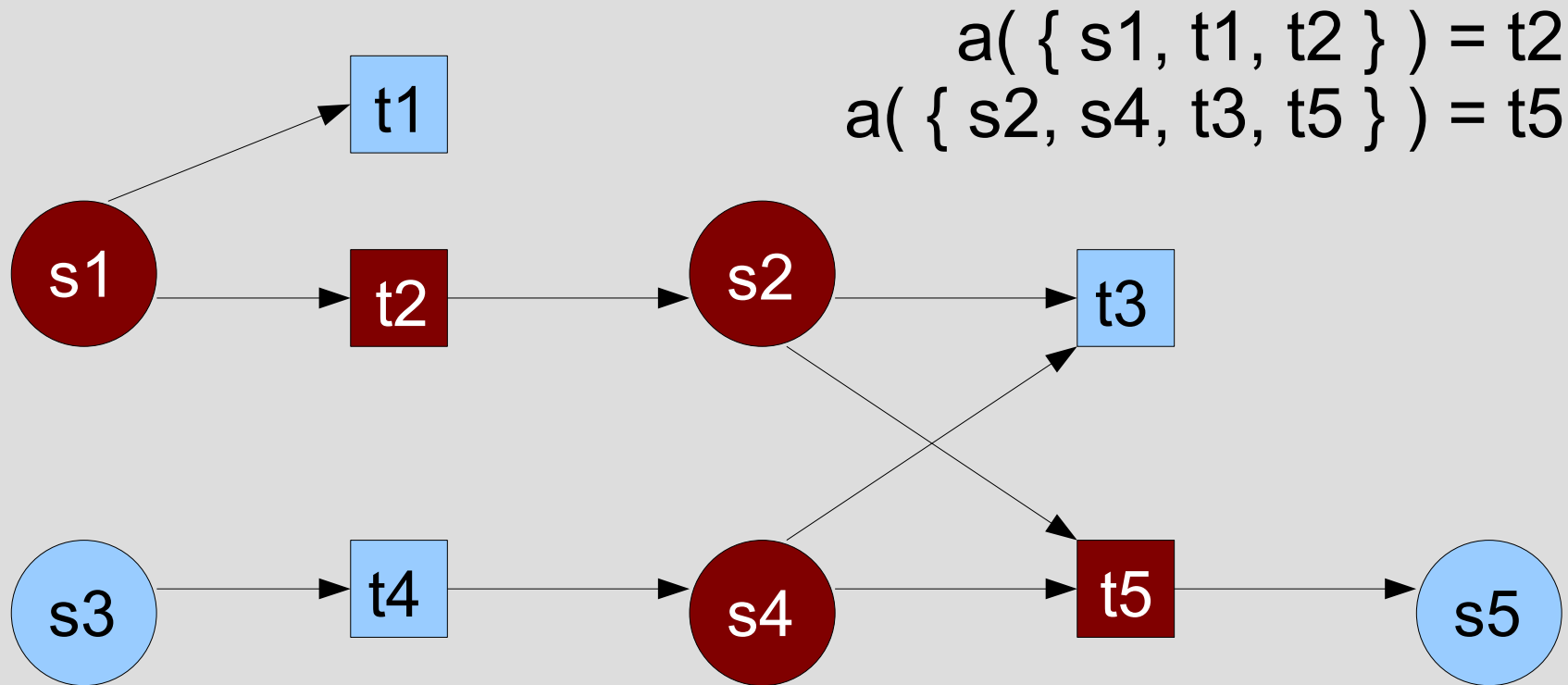
Das bedeutet das jede enthaltene Falle unmarkiert sein muß.

Allokationen

Sei C eine Menge von Konfliktclustern.

- Eine Allokation ist eine Funktion $a: C \rightarrow T$, so das gilt:
 $a(c) \in c$ für jedes $c \in C$.
- Eine Transition heißt ausgewählt, wenn
 $t = a(c)$ mit $c \in C$ gilt
-
- Mehrere ausgewählte Transitionen heißen $a(C)$.
- Wenn C alle Cluster aus N enthält, die wenigstens eine Transition enthalten, nennt man a total.

Allokationen



$$C = \{ \{s1, t1, t2\}, \{s2, s4, t3, t5\} \}$$

Ziel:

Allokation als Wegweiser zur Leerung eines Deadlocks.

Schaltsequenzen und Allokationen

Eine Sequenz w passt zu der Allokation a , falls für alle Cluster c aus dem Definitionsbereich von a und alle in w vorkommenden t gilt:

- (1) $t \in c \rightarrow t = a(c)$
- (2) $w|a(C)$ ist unendlich.

Satz:

Sei N ein lebendiges FC-Netz. Sei a eine Allokation mit nichtleerem Definitionsbereich. Dann kann bei der Startmarkierung eine unendliche Sequenz w schalten, die zu a passt.

leerenden Allokation a^*

Konstruktion von a^* :

Sei D Deadlock und Q seine maximale Falle (nach Voraussetzung nicht markiert). Um $D \cap Q$ zu leeren, ohne Marken nach Q zu bringen, konstruiert man folgende Allokation:

Fall1: $D = Q \rightarrow$ wähle a mit leerem Definitionsbereich.

Fall2: $D \neq Q \rightarrow$ es gibt ein t mit $t \in D \bullet$, $t \notin \bullet D$.

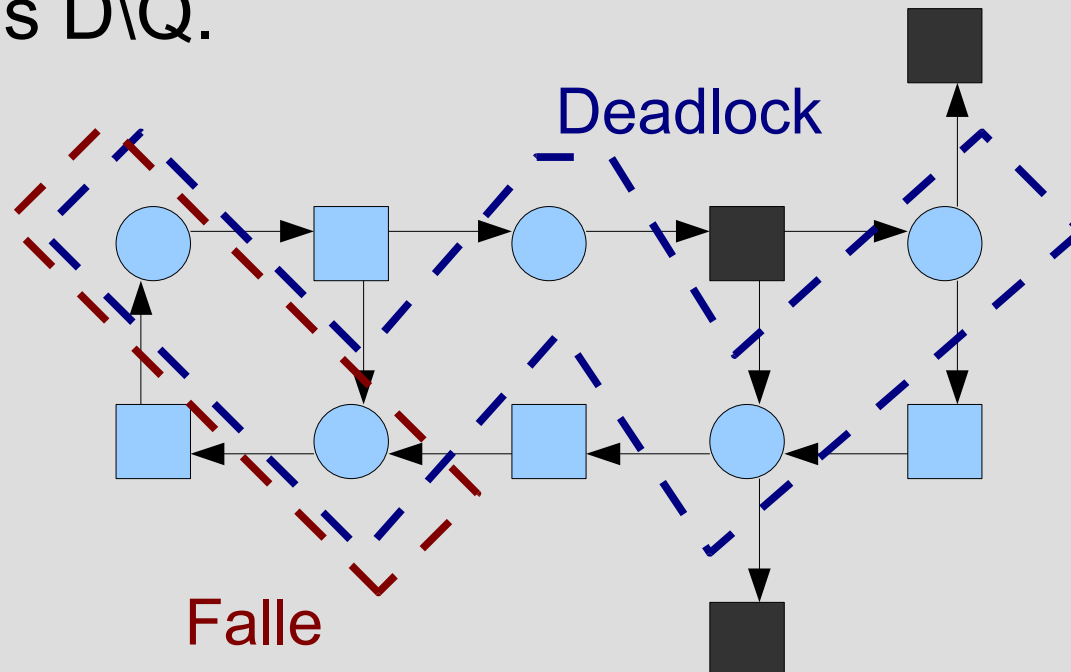
Sei c_t das Cluster, das t enthält.

setzen $a(c_t) = t$, streichen $\bullet t$ aus D , setzen genauso fort.

Beachte: Streichen der Stellen tangiert Q nicht!

leerenden Allokation a^*

- a^* ist Allokation
- $a^*(C) \cap \bullet Q = \emptyset$ (a^* -Transitionen markieren Q nicht).-
- Es gibt keine Kreise in $a^*(C) \cup (D \setminus Q)$.
- Der Definitionsbereich von a^* umfasst alle Cluster mit Stellen aus $D \setminus Q$.



Commoner's Theorem

Zu Zeigen:

Wenn ein FC-Netz lebendig ist, so enthält jeder Deadlock eine initial markierte Falle.

Sei D ein Deadlock mit leerer maximaler Falle Q .
Man betrachte a^* .

→ In einem lebendigen Netz existiert eine unendliche Sequenz, die zu a^* passt.

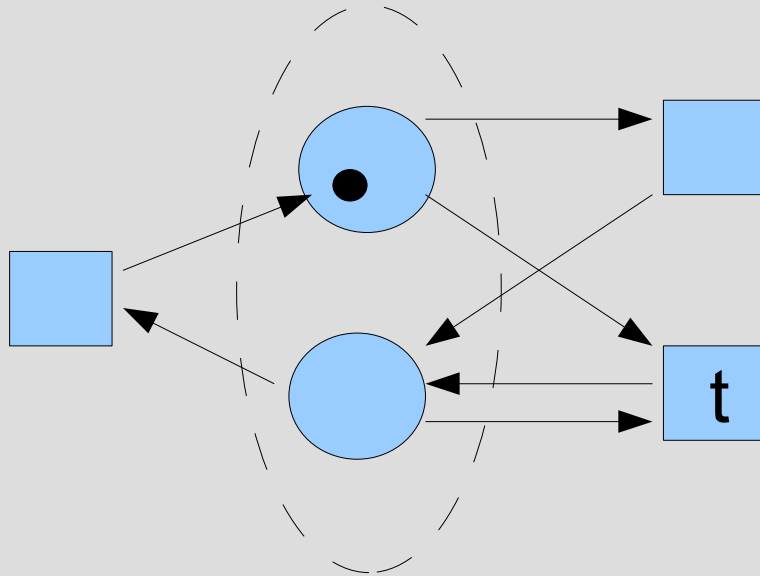
Wenn diese Sequenz Transitionen aus $D \bullet$ schaltet:

Commoner's Theorem

- kann sie zunächst nur Transitionen aus $(D \setminus Q) \bullet$ schalten, weil Q initial unmarkiert ist
 - diese Transitionen liegen in Clustern im Definitionsbereich von a^* . Daraus folgt, dass in $(D \setminus Q) \bullet$ nur allokierte Transitionen schalten.
 - diese bringen keine Marken nach Q
 - die allokierten Transitionen bilden keine Kreise
 - Transitionen außerhalb von $D \bullet$ bringen keine Marken nach D
- Widerspruch zur Unendlichkeit der Sequenz
→ N ist nicht lebendig

Commoner's Theorem

Beispiel für nicht FC-Netze



Der einzige Deadlock ist zugleich die markierte Falle, die Transition t ist jedoch nicht lebendig.

Commoner's Theorem

