

Seminar

Analyse von Petrinetz-Modellen

Vortrag: "Deadlocks und Fallen" I

Steve Reich

12.11.2007

Gliederung:

Vorbetrachtung, Struktureller Deadlock, Falle

"Deadlocks und Fallen" I

Vorbetrachtung

- Untersucht wird die Struktur und das Verhalten eines Petri-Netzes.
- (struktureller) Deadlock / Falle
- Es wird insbesondere die (lokale) Umgebung einer Stelle bzw. Transition im Zusammenhang mit Lebendigkeit, Sicherheit und Beschränktheit untersucht.
- Es gibt Resultate für gewöhnliche Netze mit normaler Schaltregel

"Deadlocks und Fallen" I

Vorbetrachtung

- Ist für alle Spalten einer Akzidenzmatrix die Summe 0, dann ist das Netz bei jeder Anfangsmarkierung beschränkt.
- Da das Schalten einer Transition keine Änderung der Markenzahl bewirkt.
- Hat ein gewöhnliches Petri-Netz einen stark zusammenhängenden Graphen und hat jede Transition genau einen Vor- und einen Nachplatz, dann gilt: Wenn die Startmarkierung von der Nullmarkierung verschieden ist, dann ist das Netz lebendig.

"Deadlocks und Fallen" I

Vorbetrachtung

Feststellungen:

- Wenn eine Transition keinen Vorplatz hat, dann ist die Transition lebendig und alle Nachplätze sind unbeschränkt.
- Wenn ein Platz keine Vortransition hat, dann ist er beschränkt und alle seine Nachtransitionen sind nicht lebendig.
- Deshalb ist ein Netz das Transitionen ohne Vorplatz enthält unbeschränkt.

"Deadlocks und Fallen" I

Vorbetrachtung

Zur Untersuchung der Lebendigkeit:

- Man streiche Transitionen ohne Vorplatz und alle ihre Nachplätze.
- Man wiederhole das Überprüfen und Streichen bis sich das Ergebnis nicht mehr ändert.
- Wenn das Ergebnis leer ist, ist das Netz bei jeder Anfangsmarkierung lebendig und alle Plätze sind unbeschränkt.
- Sonst weitere Analysen

"Deadlocks und Fallen" I

Vorbetrachtung

- Einem Platz ohne Vortransitionen werden keine Marken zugeführt. Seine Nachtransitionen können höchstens n -mal schalten und sind deshalb nicht lebendig.
- Die Nachplätze dieser Transitionen sind beschränkt, da sie nur beschränkt viele Marken erhalten.
- Die Nachtransitionen sind wieder nicht lebendig usw.
- Ein Netz kann so als beschränkt und nicht lebendig qualifiziert werden.

"Deadlocks und Fallen" I

Vorbetrachtung

- Wenn eine Transition keinen Nachplatz hat, dann ist sie nicht lebendig oder alle Vorplätze sind unbeschränkt.
- Wenn ein Platz keine Nachtransition hat, dann ist er unbeschränkt oder alle seine Vortransitionen sind nicht lebendig.
- Daraus folgt: Wenn Knoten ohne Nachknoten auftreten, kann das Netz nicht zugleich beschränkt und lebendig sein.

"Deadlocks und Fallen" I

strukturelle Deadlocks

- Wenn ein Platz oder eine Platzmenge durch das Schalten von Transitionen alle Marken verloren hat und durch die Struktur des Netzes gesichert ist, daß in diesem Fall keine Marken auf diesen Platz bzw. diese Platzmenge aufgebracht werden können, dann sind die Nachtransitionen dieser Plätze tot. Solche Strukturen werden strukturelle Deadlocks genannt.

"Deadlocks und Fallen" I

strukturelle Deadlocks

- Notwendig für die Lebendigkeit eines Netzes ist, daß strukturelle Deadlocks bei jeder erreichbaren Markierung ausreichend viele Marken enthalten.

"Deadlocks und Fallen" I

strukturelle Deadlocks

Definition struktureller Deadlock:

- $N=[P,T,F,V,m_0]$
- Eine nichtleere Platzmenge $D \subseteq P$ wird struktureller Deadlock in N genannt, wenn jede Transition, die Marken in die Menge D hineinschaltet, auch Marken aus D entnimmt, d.h. wenn $FD \subseteq DF$ ist.

"Deadlocks und Fallen" I

strukturelle Deadlocks

Überlegung:

- Wenn jede Transition einen Vorplatz hat ($PF=T$) und jede Transition einen Nachplatz hat ($FP=T$), ist die Menge P ein Deadlock, ohne daß daraus etwas über die Lebendigkeit folgt.
- $FP \subseteq PF$

"Deadlocks und Fallen" I

strukturelle Deadlocks

Definition sauber:

- Eine Platzmenge Q wird sauber bei der Markierung m genannt, wenn die Summe aller Marken der Platzmenge bei der Markierung m Null ist, sonst heißt sie markiert.

"Deadlocks und Fallen" I

strukturelle Deadlocks

Folgerungen:

- Wenn ein Platz keine Vortransition hat, dann ist $\{ p \}$ ein Deadlock.
- Wenn D ein Deadlock in N ist und m eine Markierung, bei der für jede Transition t aus DF und jeden Platz p aus D stets $t^-(p) > m(p)$ ist, dann sind alle Transitionen aus DF tot bei m .
- Ist D ein bei m sauberer Deadlock, dann ist D bei jeder von m erreichbaren Markierung sauber und alle t aus DF sind tot bei m .

"Deadlocks und Fallen" I

strukturelle Deadlocks

Satz:

- Wenn es keinen Deadlock im Netz N gibt, dann ist N lebendig.
- Beweis: man nimmt ein nicht lebendiges Netz an und zeigt das es einen Deadlock hat.
- Die Umkehrung gilt nicht.

"Deadlocks und Fallen" I

Falle

- Da alle praktisch interessanten Fälle eine Transition ohne Vorplatz enthalten, ist die Menge P aller Plätze ein Deadlock.
- Der letzte Satz hilft hier nicht um eine Aussage über die Lebendigkeit zu treffen.
- Daher sucht man nach Strukturen innerhalb eines Deadlocks, die verhindern können, daß er seine Marken verliert.
- (strukturelle) Falle

"Deadlocks und Fallen" I

Falle

Definition V^- , V^+ , ausreichend markiert:

- Für $p \in P$ definieren wir:
- $V^-(p) := \begin{cases} \min[V(p,t) \mid t \in pF], & \text{falls } pF \neq \emptyset, \\ 0, & \text{sonst;} \end{cases}$
- $V^+(p) := \begin{cases} \min[V(t,p) \mid t \in Fp], & \text{falls } Fp \neq \emptyset, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$
- Ein Platz p heißt ausreichend markiert bei m , wenn $m(p) \geq V^-(p)$ ist.

"Deadlocks und Fallen" I

Falle

- Eine Platzmenge $Q \subseteq P$ wird ausreichend markiert bei m in N genannt, wenn sie einen ausreichend markierten Platz enthält.
- Wenn ein Platz ausreichend markiert ist, enthält er so viele Marken, daß die Anforderung einer seiner Nachtransitionen befriedigt werden kann.

"Deadlocks und Fallen" I

Falle

Folgerungen:

- In einem gewöhnlichen Petri-Netz ist ein Platz, der Nachtransitionen besitzt, genau dann ausreichend markiert bei m , wenn er bei m wenigstens eine Marke enthält (markiert ist).
- Die leere Menge (von Plätzen) ist nicht ausreichend markiert.
- Eine Platzmenge Q , die keinen Platz ohne Nachtransition enthält, ist genau dann ausreichend markiert, wenn $m(Q) > 0$ ist.

"Deadlocks und Fallen" I

Falle

Definition Falle:

- Eine Platzmenge $S \subseteq P$ wird Falle genannt, wenn jede Transition, die beim Schalten Marken aus S entnimmt, Marken auf Plätze aus S aufbringt, d.h. Wenn $SF \subseteq FS$ ist.
- Eine Falle ist eine Platzmenge, die wenn sie einmal Marken enthält, durch schalten von Transitionen nicht sauber werden kann.

"Deadlocks und Fallen" I

Falle

Folgerungen:

- Die Vereinigung zweier Fallen ist eine Falle.
- Die leere Menge (von Plätzen) ist eine Falle.
- In jeder Platzmenge Q gibt es genau eine (in Bezug auf Inklusion) maximale Falle.
- Ist S eine bei m (ausreichend) markierte Falle in einem gewöhnlichen Petri-Netz N und m^* erreichbar von m in N , dann ist S (ausreichend) markiert bei m^* .

"Deadlocks und Fallen" I

Ausblick

Definition Deadlock-Falle-Eigenschaft:

- Das Petri-Netz $N=[P,T,F,V,m_0]$ hat die Deadlock-Falle-Eigenschaft, wenn jeder Deadlock von N eine bei m_0 ausreichend markierte Falle enthält.