Petrinetze

Benjamin Daeumlich

30.10.2006

Gliederung

1. Einführung
2. Low-Level-Netze
3. High-Level-Netze
4. Referenzen

Einführung

Geschichte

- 1962 eingeführt von Carl Adam Petri

- zuerst nur Low-Level-Netze
- aber: oft zu einfach für Spezifikationszwecke
- immer mächtigere High-Level-Netze eingeführt mit der Zeit

Was sind Petrinetze?

- Modell zur Beschreibung und Analyse von Abläufen mit
  - nebenläufigen Prozessen
  - nichtdeterministischen Vorgängen
- wichtiges Entwurfs- und Darstellungsinstrument
- auszeichnende Eigenschaften:
  - einfache Beschreibungssprache
  - Anschaulichkeit
  - Universalität
  - Simulationsfähigkeit
- Anwendungsbereiche:
  - Rechenanlagen
  - Betriebssysteme
  - Organisationsabläufe (z.B. im Handel)

Petrinetz-Typen

- Low-Level-Netze:
  - K/I-Netze
  - B/E-Netze
  - S/T-Netze
  - ...
- High-Level-Netze:
  - gefärbte Petrinetze (CPN)
  - zeitbewertete Petrinetze (TPN)
  - P/T-Netze
  - ...

Low-Level-Netze

Eigenschaften

- sind mathematisch einfach genug, dass man viele Eigenschaften automatisch überprüfen kann
- Dynamik vorhanden (außer bei K/I-Netzen)
- bei komplexeren Sachverhalten: Netze sehr groß
- dadurch:
  - Fehleranfälligkeit
  - schwierige Wartung

K/I-Netze

Kanal-Instanzen-Netze

Definition K/I-Netz

Definition

Ein Tripel $\mathbf{N = (S,T,F)}$ heißt Netz, falls gilt:

(i) S und T sind disjunkte Mengen.

(ii) $F \subseteq (S \times T) \cup (T \times S)$ ist eine zweistellige Relation, die Flussrelation von N.

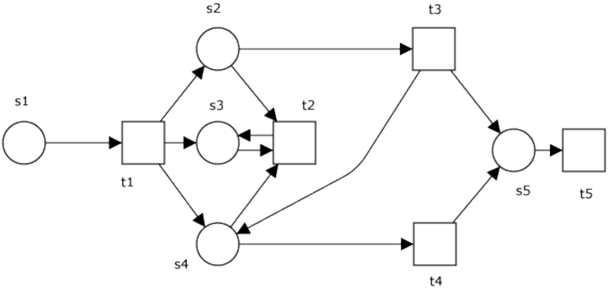
- Grafische Darstellung:
    - S-Elemente als Kreise
    - T-Elemente als Kästchen
    - Flussrelation mit Pfeilen

Vorbereich/Nachbereich

- Vorbereich:
  - alle $x \in S$ (bzw. T) die an **eingehenden** Kanten von einem $y \in T$ (bzw. S) stehen
  - mit $\bullet x$ bezeichnet
- Nachbereich:
  - alle $x \in S$ (bzw. T) die an **ausgehenden** Kanten von einem $y \in T$ (bzw. S) stehen
  - mit $x\bullet$ bezeichnet

Beispiel K/I-Netz

$$S = \{s1, s2, s3, s4, s5\}$$
$$T = \{t1, t2, t3, t4, t5\}$$
$$F = \{(s1, t1), (t1, s2), (t1, s3), (t1, s4), (s3, t2), (t2, s3), (s2, t2), (s2, t3), (s4, t2), (s4, t4), (t3, s4), (t3, s5), (t4, s5), (s5, t5)\}$$



B/E-Netze

Bedingungs-Ereignis-Netze

Definiton B/E-Netz

Definition

Ein Bedingungs-Ereignis-Netz ist ein 4-Tupel **BEN = (B,E,F,M)**, welches die folgenden Bedingungen erfüllt:

(i) B ist eine Menge von Bedingungen.

(ii) E ist eine Menge von Ereignissen.

(iii) B und E sind disjunkt.

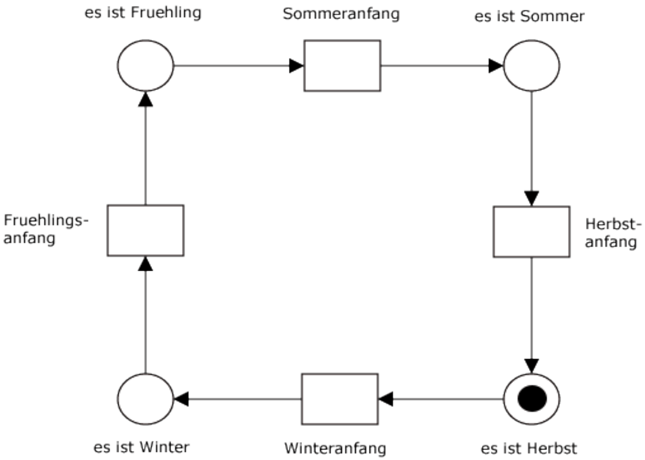
(iv) $F \subseteq (B \times E) \cup (E \times B)$ ist eine Menge von Kanten.

(v) $M : [B \mapsto \{0, 1\}]$ ist eine Ausgangsmarkierung.

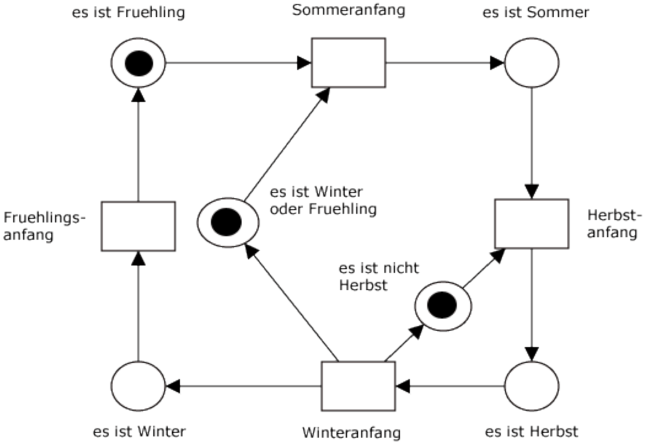
Eintritt von Ereignissen

- Markierung: Menge der markierten Bedingungen
- aktiviertes Ereignis e: Vorbereich von e markiert, Nachbereich nicht markiert
- Ereignis kann nur eintreten, wenn keine Nachbedingung erfüllt ist, sonst Mehrdeutigkeiten bei Übergängen
- wenn e aktiviert und e eintritt:
    - Marken aus dem Vorbereich werden entfernt
    - Marken im Nachbereich werden gesetzt

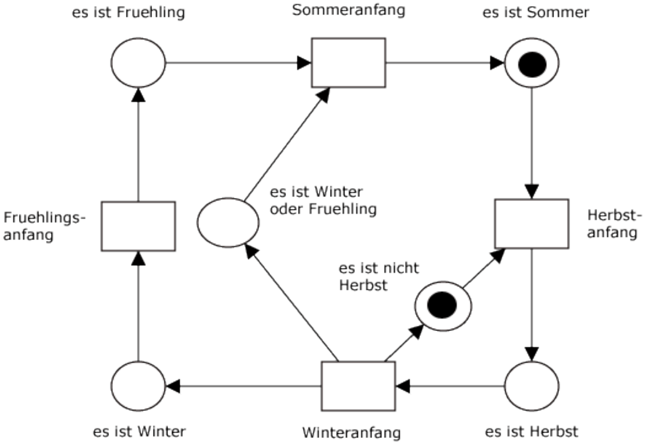
Einfaches Beispiel



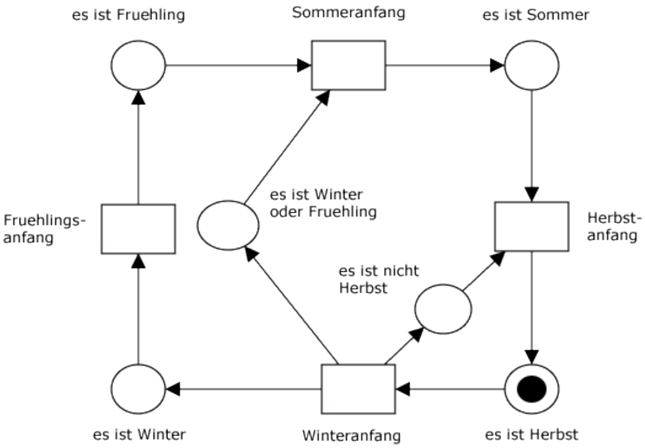
Erweiterung des Beispiels



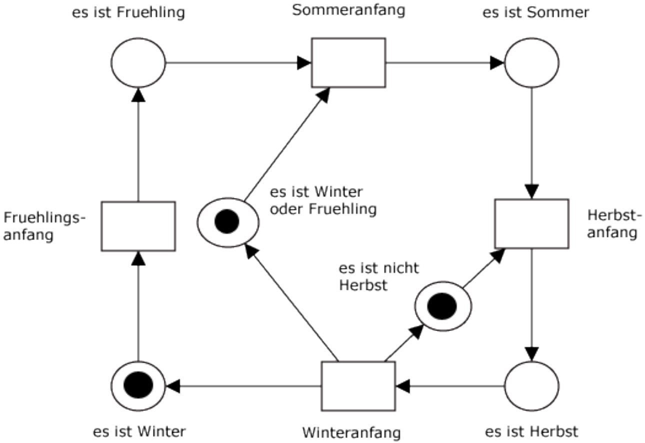
Erweiterung des Beispiels



Erweiterung des Beispiels

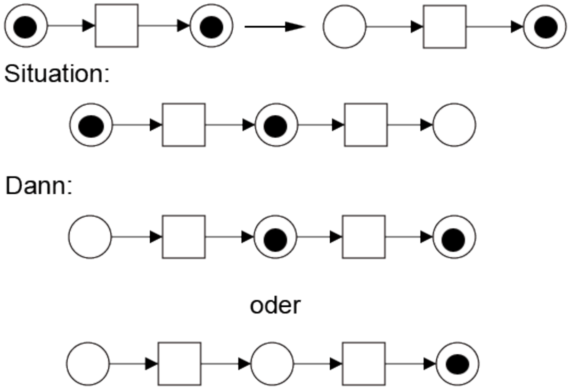


Erweiterung des Beispiels



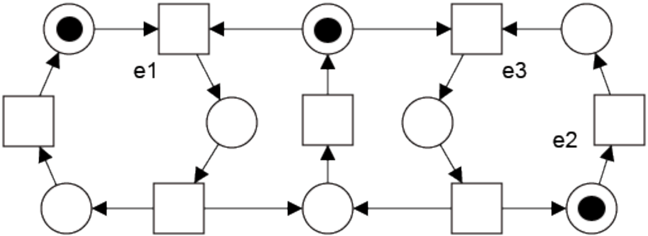
Konflikte/Probleme

- Kontaktsituation (kein Übergang möglich):



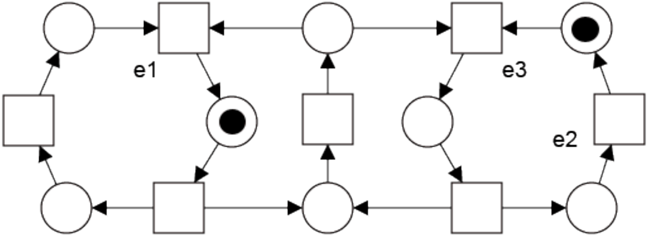
Konflikte/Probleme

- Konflikt: aktivierte Ereignisse nur alternativ möglich, weil gemeinsame Vor- bzw. Nachbedingungen
- betrachte Situation:



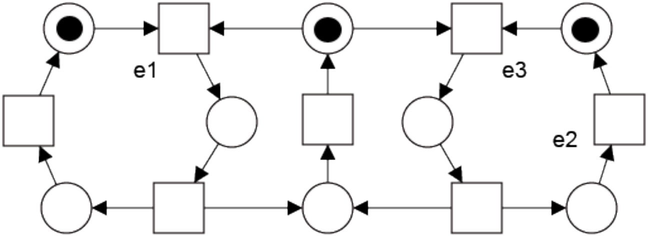
Konflikte/Probleme

- e1 tritt vor e2 ein ⇒ kein Konflikt



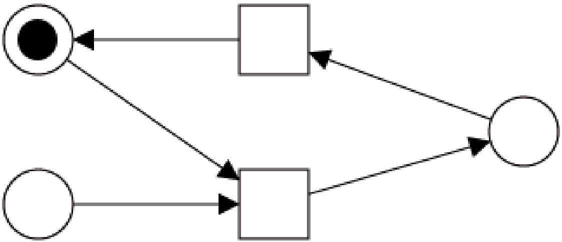
Konflikte/Probleme

- e2 tritt vor e1 ein $\Rightarrow$ Konflikt e1/e3 $\Rightarrow$ konfuse Situation



Konflikte/Probleme

- Deadlock: kein Ereignis im Netz aktiviert



S/T-Netze

Stellen-Transitions-Netze

Definiton S/T-Netz

Definition

Ein Stellen-Transitions-Netz ist ein 6-Tupel **STN = (S,T,F,K,E,M)**, welches die folgenden Bedingungen erfüllt:

(i) S ist eine Menge von Stellen.

(ii) T ist eine Menge von Transitionen.

(iii) S und T sind disjunkt.

(iv) $F \subseteq (S \times T) \cup (S \times T)$ ist eine Menge von Kanten.

(v) $K : [S \mapsto \mathbb{N} \cup \{\omega\}]$ ist eine Kapazitätsfunktion.

(vi) $E : [F \mapsto \mathbb{N}_{+}]$ ist eine Kantenausdrucksfunktion.

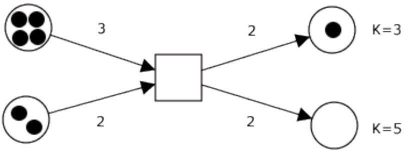
(vii) $M : [S \mapsto \mathbb{N} \cup \{\omega\}]$ ist eine Initialisierungsfunktion.

(viii) $\forall s \in S : M(s) \leq K(s)$

Schalten von Transitionen

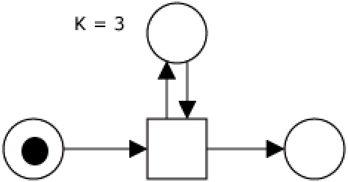
- eine Transition $t \in T$ ist aktiviert, wenn:
  - $\forall s \in \bullet t$: Markenanzahl in s größer bzw. gleich Wert an Kante
  - $\forall s \in t \bullet$: Markenanzahl in s plus Wert an Kante dürfen Kapazität von s nicht überschreiten

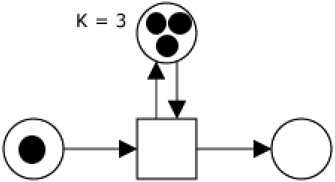
- Transition aktiviert:



Schalten von Transitionen

- Transitionen nicht aktiviert:



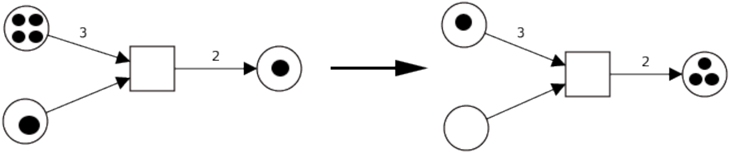


Schalten einer Transition

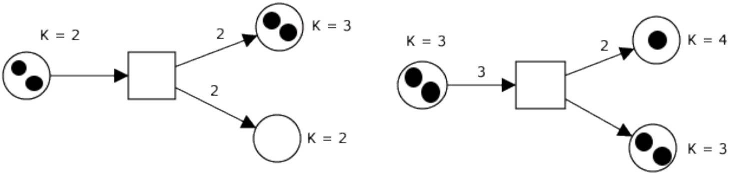
- Folgemarkierung für aktiviertes $t \in T$:
  - falls $s \in \bullet t \setminus t\bullet$: Kantenwert von Markenanzahl in s abziehen
  - falls $s \in t\bullet \setminus \bullet t$: Kantenwert zu Markenanzahl in s addieren
  - falls $s \in t\bullet \cap \bullet t$: Kantenwert erst addieren und dann abziehen zu/von Marken in s

Beispiele

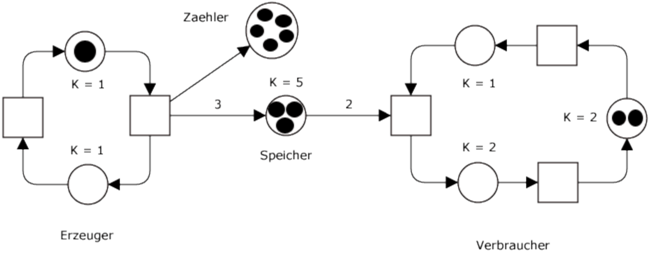
- Schalten einer Transition:



- kein Übergang möglich:



Beispiel: Erzeuger/Verbraucher-System



- Speicher hat maximal 5 Marken
- Erzeuger stellt stets 3 Marken her
- nur ein Verbraucher kann auf Speicher zugreifen
- Verbraucher entnimmt zwei Marken aus Speicher
- Produktionsschritte werden gezählt

High-Level-Netze

Eigenschaften

- Low-Level: nur eine Art von Marken
- High-Level: verschiedene Marken (unterscheidbar)

- Vorteil: kleineres Netz für gleiches System
- Nachteil: oftmals keine automatische Analyse mehr möglich

CPN

gefärbte Petrinetze

Einführung

- eingeführt von Kurt Jensen
- Erweiterung von S/T-Netzen
- extra Beschreibungssprache: CPN ML
- jedes CPN lässt sich in S/T-Netz umformen

allgemeines Prinzip

- Marken sind gefärbt (unterscheidbar)
- Stellen enthalten sog. Multimenge der Marken
- Transitionen schalten je nach Farbe unterschiedlich

- Kurt Jensen:

S/T-Netz: Assembler $\Leftrightarrow$ CPN: C++

Definiton CPN

Definition

Ein gefärbtes Petrinetz ist ein 8-Tupel **CPN =** **(Σ,S,T,F,C,K,E,M)**, welches die folgenden Bedingungen erfüllt:

(i) Σ ist eine Menge von Typen (Farbmenge).

(ii) S ist eine Menge von Stellen.

(iii) T ist eine Menge von Transitionen.

(iv) S und T sind disjunkt.

(v) $F \subseteq (S \times T) \cup (S \times T)$ ist eine Menge von Kanten.

(vi) $C : [S \mapsto \Sigma]$ ist eine Typfunktion.

(vii) K(t) ist eine Wächterfunktion ($t \in T$).

(viii) E(f) ist eine Kantenausdrucksfunktion ($f \in F$).

(ix) M(s) ist eine Initialisierungsfunktion ($s \in S$).

Unterschiede zu S/T-Netz

- neu:
  - Σ: Typmenge
  - C(s): jeder Stelle wird Typ zugewiesen (Typfunktion)
- verändert:
  - K(t): Bedingungen auf Transitionen
  - E(f): auch Ausdrücke erlaubt (z.B. Funktionen, Variablen)
  - M(s): an Typen angepasst

Schalten von Transitionen

- Voraussetzung:
    - Wächterfunktion muss für Transition erfüllt sein
    - Marken an eingehenden Kantenausdrücken müssen gültig gebunden sein
- nach Schaltung:
    - Marken an Kantenausdrücken eingehender Kanten: werden aus Vorbereich entfernt
    - Marken an Kantenausdrücken ausgehender Kanten: kommen in den Nachereich

Beispiel: 5 Philosophen

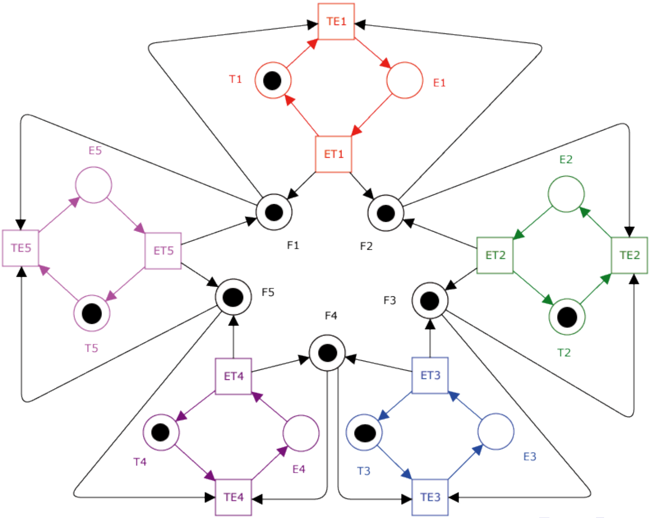
- 5 Philosophen sitzen an einem runden Tisch, eine Schüssel Reis in der Mitte
- zwischen je 2 Philosophen liegt ein Stäbchen
- Philosophen essen oder denken
- zum Essen werden zwei Stäbchen benötigt
- also: nie zwei Nachbarn können gleichzeitig essen

Modellierung des Beispiels

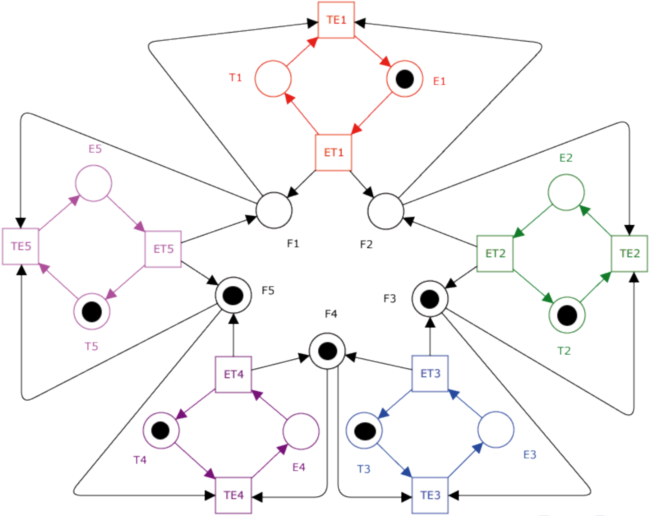
- viele verschiedene Tools zur Modellierung und zur Analyse
- ausgewähltes Tool:

CPN Tools

5 Philosophen als S/T-Netz



5 Philosophen als S/T-Netz



5 Philosophen als S/T-Netz

- als S/T-Netz:
  - 15 Stellen
  - 10 Transitionen
  - 40 Kanten
- als CPN:
  - 3 Stellen
  - 2 Transitionen
  - 6 Kanten

Referenzen

Referenzen & Literatur

- *W. Reisig: Petrinetze - Eine Einführung*
- *K. Jensen: Coloured Petri Nets Band 1+2*
- *http://www.daimi.au.dk/~kjensen/papers_books/rec_papers_books.html*
- *http://www.fh-augsburg.de/informatik/projekte/emiel/petrinetze/*
- *http://www.informatik.uni-hamburg.de/TGI/PetriNets/*