

Übungsblatt 2 (23. 10. 2008)

Aufgabe 1 (6 Punkte): Beweisen oder widerlegen Sie folgende Behauptungen für beliebige Mengen M , N und P :

- (a) $M^* \setminus N^* = (M \setminus N)^*$.
- (b) $M \times (N \cup P) = (M \cup N) \times (M \cup P)$.
- (c) $|\{a, 1, b, 2\}^M| = |\{a, b\}^M| + |\{1, 2\}^M|$.

Aufgabe 2 (4 Punkte): Die Mengen A , B und C seien wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} A &:= \{1, (2, 3)\}, \\ B &:= \{\mathbb{N}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}\}, \\ C &:= \wp(\{\emptyset\}). \end{aligned}$$

Entscheiden Sie jeweils, ob es folgende Funktionen gibt und falls ja, geben Sie eine an:

- (a) Eine injektive Funktion von A nach B .
- (b) Eine injektive Funktion von B nach A .
- (c) Eine bijektive Funktion von A nach C .
- (d) Eine surjektive Funktion von A nach B .

Aufgabe 3 (5 Punkte): Gegeben sei das Alphabet $A = \{a, b\}$. Sind die Menge $\wp(A^*)$ und die Menge A^* gleichmächtig? Beweisen Sie ihre Antwort.

Aufgabe 4 (5 Punkte): Zeigen Sie, daß für alle natürlichen Zahlen $n \geq 1$ gilt:

$$\sum_{k=n}^{2n-1} (2k+1) = 3n^2.$$