

Übungsblatt 1 (16. 10. 2008)

Aufgabe 1 (3 Punkte): Ein Informatikstudent im dritten Semester zählt 34 Personen zu seinem Freundeskreis. Davon sind 26 Personen maximal 25 Jahre alt (bezeichnet als Menge A), 18 kommen aus Berlin (bezeichnet als Menge B) und 20 Personen sind Studenten (bezeichnet als Menge S). Genauer studieren 12 dieser 20 Studenten ein naturwissenschaftliches Fach (bezeichnet als Menge N).

Folgende Informationen über den Freundeskreis des Informatikstudenten sind außerdem bekannt:

$$\begin{array}{lll} |A \cap B| = 15 & |B \cap S| = 11 & |A \cap B \cap N| = 6 \\ |A \cap S| = 17 & |B \cap N| = 7 & \\ |A \cap N| = 10 & |A \cap B \cap S| = 10 & \end{array}$$

- (a) Wieviele Freunde sind keine Studenten, keine Berliner und älter als 25?
- (b) Wieviele Freunde sind weder Studenten noch maximal 25 Jahre alt?
- (c) Wieviele Freunde studieren ein nicht-naturwissenschaftliches Fach, sind keine Berliner und älter als 25?

Aufgabe 2 (6 Punkte): Seien \mathbb{Z} die Menge der ganzen Zahlen und P, Q, R, S und T Teilmengen von \mathbb{Z} , die wie folgt definiert sind:

$$\begin{array}{lll} P = \{15n \mid n \in \mathbb{Z}\} & R = \{5n \mid n \in \mathbb{Z}\} & T = \{6n \mid n \in \mathbb{Z}\} \\ Q = \{12n \mid n \in \mathbb{Z}\} & S = \{3n \mid n \in \mathbb{Z}\} & \end{array}$$

- (a) Welche der folgenden Aussagen sind richtig und welche sind falsch?

$$\begin{array}{lll} \text{(i)} \quad (S \cap R) \subseteq P & \text{(iii)} \quad Q \subseteq P & \text{(v)} \quad S \subseteq T \subseteq Q \\ \text{(ii)} \quad P \subseteq Q & \text{(iv)} \quad (S \cup R) \subseteq P & \text{(vi)} \quad T^c \subseteq R^c \end{array}$$

- (b) Rerechnen Sie folgende Mengen:

$$\begin{array}{lll} \text{(i)} \quad P \cup Q & \text{(iii)} \quad R \setminus P & \text{(v)} \quad S \cap Q \\ \text{(ii)} \quad P \setminus R & \text{(iv)} \quad R \cap T & \text{(vi)} \quad S \cup P \end{array}$$

Aufgabe 3 (6 Punkte): In jeder der beiden Teilaufgaben beweisen Sie, dass folgende Gleichungen für alle Mengenuniversen \mathcal{U} und alle Mengen $M \subseteq \mathcal{U}$, $N \subseteq \mathcal{U}$ und $P \subseteq \mathcal{U}$ gelten, oder geben Sie ein Gegenbeispiel an:

- (i) $(M \cap N)^c \setminus P = (M^c \setminus P) \cup (N^c \setminus P)$.
- (ii) $\wp(M) \cup \wp(N) = \wp(M \cup N)$

Aufgabe 4 (5 Punkte): Einer Ihrer Bekannten berichtet von seiner Zimmersuche in Berlin und äußert Ihnen gegenüber folgende Aussagen, die auf alle der von ihm besichtigten Wohnungen zutreffen:

- (1) Wenn es sich um eine 3-Zimmer Wohnung handelt, dann ist das Zimmer in einer WG.
- (2) Wenn es sich um eine 3-Zimmer Wohnung handelt, dann gehört zur Wohnung ein Balkon.
- (3) Wenn das Zimmer in einer WG ist, dann hat die Wohnung keinen Balkon.
- (4) Wenn es sich um eine 1-Zimmer Wohnung handelt und maximal $28m^2$ zur Verfügung stehen, dann beträgt der Mietpreis weniger als 300 Euro.
- (5) Wenn der Mietpreis mindestens 300 Euro beträgt, dann handelt es sich um eine 2-Zimmer Wohnung und die Wohnung hat einen Balkon.
- (6) Wenn es sich um eine 2-Zimmer Wohnung handelt und der Mietpreis mindestens 300 Euro beträgt, dann ist das Zimmer in einem Wohnheim.
- (7) Wenn das Zimmer in einem Wohnheim ist, dann hat die Wohnung einen Balkon.

Entscheiden Sie nun, ob die nachstehenden Aussagen aus den vorherigen folgen und begründen Sie Ihre Antwort:

- (i) In jeder besichtigten Wohnung stehen Ihrem Bekannten maximal $28m^2$ zur Verfügung.
- (ii) In jeder besichtigten Wohnung stehen Ihrem Bekannten mehr als $28m^2$ zur Verfügung.
- (iii) Für jede besichtigte Wohnung gilt: Wenn der verlangte Mietpreis mindestens 300 Euro beträgt, dann handelt es sich um ein Wohnheim.
- (iv) Für jede besichtigte Wohnung gilt: Wenn der verlangte Mietpreis mindestens 300 Euro beträgt, dann stehen maximal $28m^2$ zur Verfügung.
- (v) Für jede besichtigte Wohnung gilt: Wenn es eine 3-Zimmer Wohnung ist, dann hat die Wohnung günstige Verkehrsanbindung.