Übungsblatt 5 (20. 11. 2007)

Aufgabe 17: Es sei R ein zweistelliges Relationssymbol, f ein einstelliges Funktionssymbol und c ein Konstantensymbol. Sei $\delta_1, \dots, \delta_7$ folgende aussagenlogische Resolutionswiderlegung der Grundinstanzen von $\Phi := \{\{Rxy, \neg Rfxy\}, \{Rx'y', \neg Rx'fy'\}, \{Rfcfc\}, \{\neg Rcc\}\}$:

$$\begin{array}{l} \{Rfcfc\} \\ \{Rfcc, \neg Rfcfc\} \\ \{Rfcc\} \\ \{Rcc, \neg Rfcc\} \\ \{Rcc\} \\ \{\neg Rcc\} \\ \{\} \end{array}$$

Geben Sie eine prädikatenlogische Resolutionswiderlegung $\gamma_1, \dots, \gamma_7$ und Substitutionen $S_1, \dots, S_7$ an, so daß $\delta_i = \gamma_i S_i$ für alle $1 \leq i \leq 7$.

Aufgabe 18: Sei i ein zweistelliges Funktionssymbol und W ein einstelliges Relationssymbol. Seien

$$\begin{array}{rcl} \varphi_i & := & \forall x \forall y (Wixy \leftrightarrow (Wx \rightarrow Wy)) \\ \varphi & := & \forall x \forall y Wiiixyxx. \end{array}$$

Zeigen Sie $\varphi_i \models \varphi$ durch Resolution (Definition 3.44).
Anmerkung: Das entspricht der Allgemeingültigkeit der aussagenlogischen Formel $((X \rightarrow Y) \rightarrow X) \rightarrow X$.

Aufgabe 19: Es sei E ein zweistelliges Relationssymbol und f ein zweistelliges Funktionssymbol. e und e' seien Konstantensymbole. Seien

$$\begin{array}{l} \varphi_1 := \forall x \forall y \forall z (Exy \wedge Eyz \rightarrow Exz) \\ \varphi_2 := \forall x \forall y (Exy \rightarrow Eyx) \\ \varphi_3 := \forall x (Efexx \wedge Efxex) \\ \varphi_4 := \forall x (Efe'xx \wedge Efxe'x) \end{array}$$

Zeigen Sie $\{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4\} \models Eee'$ durch Resolution (Definition 3.44).

(Auf der Rückseite geht es weiter.)

Aufgabe 20: Es sei `Fakultaet` folgendes Programm:

$$
\begin{array}{l}
y \leftarrow \underline{1};\\
\texttt{while}\ (\underline{1} < x)\ \{\\
\quad y \leftarrow (y \cdot x);\\
\quad x \leftarrow (x + \underline{-1})\\
\}
\end{array}
$$

Zeigen Sie: Für alle Belegungen β und β' mit `Fakultaet` $: \beta \searrow \beta'$ gilt: Falls $\beta(x) \geq 0$, so $\beta'(y) = \beta(x)!$.