

Übungsblatt 12 (29. 1. 2008)

Aufgabe 45: Zeigen Sie, daß Lemma 7.11 auch dann noch gilt, wenn die Voraussetzung „ Φ entscheidbar“ zu „ Φ rekursiv aufzählbar“ abgeschwächt wird.

Aufgabe 46: Beweisen Sie die Behauptungen 1 und 2 im Beweis Lemmas 7.29:

1. Für all $n, m \in \mathbb{N}$ gilt $Q \vdash \underline{m} + \underline{n} \doteq \underline{m + n}$.
2. Für all $n, m \in \mathbb{N}$ gilt $Q \vdash \underline{m} \times \underline{n} \doteq \underline{m \cdot n}$.

Aufgabe 47: Es sei \mathcal{Z} die σ_{Ar} -Struktur mit $Z = \mathbb{Z}$, $0^{\mathcal{Z}} = 0$, $1^{\mathcal{Z}} = 1$, für die $\leq^{\mathcal{Z}}$, $+^{\mathcal{Z}}$ und $\times^{\mathcal{Z}}$ die natürliche Ordnung, Addition und Multiplikation auf \mathbb{Z} sind.

Zeigen Sie: $\text{Th}(\mathcal{Z})$ ist nicht entscheidbar.

Hinweis: Verwenden Sie Satz 7.22.

Aufgabe 48: Die Funktion f von \mathbb{N} nach \mathbb{N} sei definiert durch: Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $f(n) = 2^n$. Zeigen Sie direkt, das heißt ohne Zuhilfenahme Satzes 7.19, daß f Σ_1 -definierbar ist.