

Übungsblatt 7

9. Juli 2009

Aufgabe 1

Sei Σ eine Menge (ein „Alphabet“) und \lesssim eine WQO auf Σ . Wir definieren wie folgt eine Relation \lesssim' auf der Menge Σ^* aller endlichen Wörter über Σ :

$$a_1 \dots a_m \lesssim' b_1 \dots b_n \iff \exists i_1, \dots, i_m \in [n] \text{ mit } i_1 < \dots < i_m, \text{ so dass } a_j \lesssim b_{i_j} \text{ für alle } j \in [m].$$

Zeigen Sie, dass \lesssim' eine WQO ist.

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass die Einschränkung der Subgraphenrelation auf die Klasse der Bäume keine WQO ist.

Aufgabe 3

Sei \lesssim die folgendermaßen definierte Quasiordnung auf der Klasse \mathcal{Z} aller zusammenhängenden Graphen:

$$G \lesssim H \iff \exists F \subseteq E(H) : G \cong H/F$$

für alle $G, H \in \mathcal{Z}$. Die Relation \lesssim ist also die Minorenrelation „ohne Löschen von Ecken und Kanten“.

Ist \lesssim eine WQO auf \mathcal{Z} ?

Aufgabe 4 (a) Sei G ein kantenmaximaler Graph in $\mathcal{X}(K_{3,3})$, der nicht simplizial zerlegbar ist. Zeigen Sie, dass G entweder planar oder isomorph zu K_5 ist.

(b) Beweisen Sie, dass ein Graph genau dann $K_{3,3}$ -frei ist, wenn er eine Baumzerlegung über $\mathcal{P} \cup \{K_5\}$ besitzt.

Abgabe: 16. Juli 2009