

Übungsblatt 1

23. April 2009

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass es zu jedem $k \in \mathbb{N}_0$ ein $\ell \in \mathbb{N}_0$ gibt, so dass

$$K_k \leq_T K_{\ell, \ell}.$$

Versuchen sie dabei, $\ell = \ell(k)$ möglichst klein zu wählen.

Aufgabe 2

Beweisen Sie, dass ein Baum mit n Blättern höchstens $n - 2$ Knoten vom Grad ≥ 3 hat.

Aufgabe 3

Sei T ein Baum und \mathcal{U} eine Familie von Teilbäumen von T , so dass für alle $U_1, U_2 \in \mathcal{U}$ gilt: $U_1 \cap U_2 \neq \emptyset$. Beweisen Sie, dass $\bigcap_{U \in \mathcal{U}} U \neq \emptyset$.

Aufgabe 4

Die *Degeneriertheit* $\text{deg}(G)$ eines Graphen G ist das minimale k , so dass jeder Subgraph $H \subseteq G$ eine Ecke vom Grad höchstens k besitzt, d.h., $\delta(H) \leq k$.

- (a) Sei G ein Graph mit $\text{deg}(G) \leq k$. Zeigen Sie, dass für jeden Subgraphen $H \subseteq G$ gilt:
 $d(H) < 2k$.
- (b) Konstruieren Sie eine Graphen G mit $\text{deg}(G) = 2$ und $d(G) = 3$. Oder besser noch, konstruieren Sie für jedes $k \in \mathbb{N}$ einen Graphen G_k mit $\text{deg}(G_k) = k$ und $d(G_k) = 3k/2$.

Abgabe: 30. April 2009