Humboldt-Universität zu Berlin
Lehrstuhl Logik in der Informatik
Prof. Dr. M. Grohe

Übungen zu
Parametrische Algorithmen und Komplexitätstheorie

Sommersemester 2005

Blatt 5

Abgabe: 02.06.2005

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Zeigen Sie, dass die Klasse W[P] unter fpt-Reduktionen abgeschlossen ist.

Aufgabe 2 (6 Punkte)
Ein Schaltkreis ist *antimonoton*, falls jeder Eingangsknoten Ausgangsgrad 1 besitzt und mit einem Negationsknoten verbunden ist und falls ansonsten keine Negationsknoten im Schaltkreis vorkommen. Die Klasse der antimonotonen Schaltkreise werde mit CIRC^- bezeichnet und die Einschränkung von p-WSAT(CIRC) auf antimonotone Eingabe-Schaltkreise mit p-WSAT(CIRC^-).
Zeigen Sie, dass p-WSAT(CIRC^-) unter fpt-Reduktionen W[P]-vollständig ist.

Aufgabe 3 (6 Punkte)
Zeigen Sie, dass das folgende parametrisierte Problem unter fpt-Reduktionen W[P]-vollständig ist:

p-LINEAR-INEQUALITY-DELETION	
Instanz:	Ein System $\mathcal{S}$ von linearen Ungleichungen über den rationalen Zahlen und $k \in \mathbb{N}$.
Parameter:	k.
Problem:	Entscheide, ob es möglich ist k Ungleichungen in $\mathcal{S}$ zu löschen so, dass das verbleibende System lösbar ist.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
In dieser Aufgabe werden natürliche Zahlen unär kodiert und als Zeichenketten über dem Alphabet $\{1\}$ aufgefasst.
Es sei $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$. Ein Problem $P \subseteq \Sigma^* \times \mathbb{N}$ ist in $\mathrm{NP}^*[f(m)]$, falls es ein Polynom p und eine nichtdeterministische, P entscheidende Turingmaschine $\mathbb{M}$ gibt so, dass für jede Instanz (x, m) von P jede Berechnung von $\mathbb{M}$ maximal $p(|x|+m)$ Schritte benötigt und davon maximal $f(m)$ viele Schritte nichtdeterministisch sind.
Auf ähnliche Weise läßt sich die Klasse $\mathrm{SUPEXPTIME}^*[f(m)]$ definieren: Ein Problem $P \subseteq \Sigma^* \times \mathbb{N}$ ist in $\mathrm{SUPEXPTIME}^*[f(m)]$ falls eine berechenbare Funktion $g \in o^{\mathrm{eff}}(f)$, ein Polynom p und eine deterministische Turingmaschine $\mathbb{M}$ existieren, so, dass $\mathbb{M}$ für eine Instanz (x, m) von P in maximal $p(|x| + m) \cdot 2^{g(m)}$ vielen Schritten entscheidet, ob $(x, m) \in P$.
Die folgenden Aussagen sind äquivalent:

(a) $\mathrm{W[P]} = \mathrm{FPT}$.

(b) $\mathrm{NP}{*}[f(m)] \subseteq \mathrm{SUPEXPTIME}{*}[f(m)]$ für jede in polynomialer Zeit berechenbare Funktion $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$.

(c) $\mathrm{NP}{*}[id(m)] \subseteq \mathrm{SUPEXPTIME}{*}[id(m)]$.

Beweisen Sie den Schluss von (c) auf (a).