

Übungen zu  
Parametrische Algorithmen und Komplexitätstheorie  
Sommersemester 2005  
**Blatt 4**  
**Abgabe: 19.05.2005**

**Aufgabe 1** (5 Punkte)

*p*-NEARLY-PARTITION

*Instanz:* Ein Hypergraph  $\mathcal{H} = (V, E)$  und  $k \in \mathbb{N}$ .

*Parameter:*  $k$ .

*Problem:* Entscheide, ob eine Teilmenge  $E' \subseteq E$  von Hyperkanten mit  $|E'| \leq k$  existiert so, dass  $E \setminus E'$  eine Partition von  $V$  ist.

Zeigen Sie, dass das Problem *p*-NEARLY-PARTITION fixed-parameter tractable ist.

**Aufgabe 2** (5 Punkte)

Gegeben seien die folgenden beiden, parametrisierten Probleme:

*p*-CLIQUE

*Instanz:* Ein Graph  $\mathcal{G}$  und  $k \in \mathbb{N}$ .

*Parameter:*  $k$ .

*Problem:* Entscheide, ob  $\mathcal{G}$  eine Clique der Größe  $k$  enthält.

*p*-SMALL-CLIQUE

*Instanz:* Ein Graph  $\mathcal{G}$  und  $k \in \mathbb{N}$ .

*Parameter:*  $k$ .

*Problem:* Entscheide, ob  $\mathcal{G}$  eine Clique der Größe  $\lfloor \log k \rfloor$  enthält.

Zeigen Sie, dass

$$p\text{-CLIQUE} \equiv^{\text{fpt}} p\text{-SMALL-CLIQUE}.$$

**Aufgabe 3** (5 Punkte)

$p$ -HITTING-SET

*Instanz:* Ein Hypergraph  $\mathcal{H}$  und  $k \in \mathbb{N}$ .

*Parameter:*  $k$ .

*Problem:* Entscheide, ob  $\mathcal{H}$  ein Hitting Set der Größe  $k$  enthält.

Geben Sie eine fpt-Reduktion von  $p$ -CLIQUE aus Aufgabe 2 auf  $p$ -HITTING-SET an.

**Aufgabe 4** (5 Punkte)

Ein parametrisiertes Problem  $(Q, \kappa)$  über dem Alphabet  $\Sigma$  ist in para-EXPTIME, falls eine berechenbare Funktion  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , ein Polynom  $p \in \mathbb{N}[X]$  und ein deterministischer Algorithmus  $\mathbb{A}$  existieren so, dass  $\mathbb{A}$  für ein gegebenes  $x \in \Sigma^*$  in maximal  $f(\kappa(x)) \cdot 2^{p(|x|)}$  Schritten entscheidet, ob  $x \in Q$ .

Zeigen Sie, dass jedes Problem aus der Komplexitätsklasse uniform-XP auch in der Komplexitätsklasse para-EXPTIME enthalten ist, dass also gilt:

$$\text{uniform-XP} \subseteq \text{para-EXPTIME}.$$