

Übungen zu
Parametrische Algorithmen und Komplexitätstheorie
Sommersemester 2005
Blatt 3
Abgabe: 05.05.2005

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Gegeben sei das folgende, parametrisierte Problem:

p -UNIQUE-HITTING-SET

Instanz: Ein Hypergraph $\mathcal{H} = (V, E)$ und $k \in \mathbb{N}$ so, dass $|E| = k$.

Parameter: k .

Problem: Entscheide, ob eine Menge $S \subseteq V$ existiert so, dass für alle $e \in E$ gilt
 $|S \cap e| = 1$.

Zeigen Sie, dass das Problem p -UNIQUE-HITTING-SET fixed-parameter tractable ist.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Eine *nicht-redundante Menge* von Knoten eines Graphen $\mathcal{G} = (V, E)$ ist eine Teilmenge $V' \subseteq V$ mit der Eigenschaft, dass für jeden Knoten $u \in V'$ ein benachbarter Knoten $v \in V$ mit $u \neq v$ existiert, der zu keinem anderen Knoten aus V' benachbart ist.

Zeigen Sie, dass das hier definierte Problem p -DUAL-IRREDUNDANT-SET fixed-parameter tractable ist, indem Sie eine Kernelisierung angeben.

p -DUAL-IRREDUNDANT-SET

Instanz: Ein Graph $\mathcal{G} = (V, E)$ und $k \in \mathbb{N}$.

Parameter: k .

Problem: Entscheide, ob \mathcal{G} eine nicht-redundante Menge der Größe $n - k$ enthält.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Beim Problem d -HITTING-SET soll für einen gegebenen Hypergraphen $\mathcal{H} = (V, E)$ mit $|e| \leq d$ für alle $e \in E$ entschieden werden, ob ein Hitting Set einer gegebenen Kardinalität k existiert. Als zugehöriges Optimierungsproblem erhält man:

MIN- d -HITTING-SET

Instanz: Ein Hypergraph $\mathcal{H} = (V, E)$ mit $\max\{|e| \mid e \in E\} \leq d$ für ein $d \in \mathbb{N}$.

Lösungen: Nichtleere Hitting Sets $S \subseteq V$ für \mathcal{H} .

Kosten: $|S|$.

Ziel: min.

- (a) Formulieren Sie zum Problem MIN- d -HITTING-SET ein lineares Programm $L(\mathcal{G})$ für einen gegebenen Graphen \mathcal{G} .
- (b) Eine Lösung $(x_v)_{v \in V} \in \mathbb{R}^V$ von $L(\mathcal{G})$ ist $(1/k)$ -integral für ein $k \in \mathbb{N}$, falls $x_v \in \{l/k \mid l \in \mathbb{N}_0\}$ für alle $v \in V$.
Zeigen Sie, dass für $d > 2$ eine Instanz von MIN- d -HITTING-SET existiert, bei der alle Hyperkanten exakt die Größe d haben, für die aber keine optimale Lösung existiert, die $(1/d)$ -integral ist.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Zeigen Sie, dass die nachstehende, parametrisierte Version von Subgraphisomorphie auf Graphen beschränkten Grades fixed-parameter tractable ist:

p -CONNECTED-SUBGRAPH-ISOMORPHISM

Instanz: Ein Graph $\mathcal{G} = (V_{\mathcal{G}}, E_{\mathcal{G}})$ mit beschränktem Grad $\deg(\mathcal{G}) \leq d$ für $d \in \mathbb{N}$ und ein zusammenhängender Graph $\mathcal{H} = (V_{\mathcal{H}}, E_{\mathcal{H}})$.

Parameter: $|\mathcal{H}|$.

Problem: Entscheide, ob \mathcal{H} isomorph zu einem Subgraphen von \mathcal{G} ist.