

Übungen zu
Parametrische Algorithmen und Komplexitätstheorie
Sommersemester 2005
Blatt 2
Abgabe: 28.04.2005

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Eine aussagenlogische Formel ist in *3-konjunktiver Normalform (3-CNF)*, falls sie von der Form $\bigwedge_{i \in I} (\lambda_{i1} \vee \lambda_{i2} \vee \lambda_{i3})$ ist, wobei λ_{ij} Literale sind. Die Disjunktionen $(\lambda_{i1} \vee \lambda_{i2} \vee \lambda_{i3})$ mit $i \in I$ heißen *Klauseln* dieser Formel.

Für eine Formel α in 3-CNF mit n Klauseln existiert immer eine Zuweisung die mindestens $\lceil n/2 \rceil$ Klauseln erfüllt.

Zeigen Sie, dass das folgende, parametrisierte Problem fixed-parameter tractable ist:

p-MORE-THAN-HALF-3-CNF-SAT

Instanz: Eine aussagenlogische Formel α in 3-CNF und $k \in \mathbb{N}$.

Parameter: k .

Problem: Entscheide, ob eine Zuweisung existiert, die mindestens $\lceil n/2 \rceil + k$ Klauseln erfüllt.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Bestimmen Sie eine Kernelisierung des Problems *p*-COVER mit einem möglichst kleinen Kernel.

p-COVER

Instanz: Ein Hypergraph $\mathcal{H} = (V, E)$ und $k \in \mathbb{N}$.

Parameter: k .

Problem: Entscheide, ob \mathcal{H} ein Cover bestehend aus maximal k Knoten enthält.

(Dabei war ein *Cover* für einen Hypergraphen $\mathcal{H} = (V, E)$ definiert als eine Menge $X \subseteq V$ mit der Eigenschaft, dass $|e \setminus X| \leq 1$ für alle $e \in E$).

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Für einen gegebenen Hypergraphen $\mathcal{H} = (V, E)$ ist eine Menge B von Teilmengen von V eine *Basis* von \mathcal{H} , falls für alle $e \in E$ Elemente B_1, \dots, B_{k_e} von B (mit $k_e \in \mathbb{N}$ und $k_e \leq |B|$) existieren so, dass die Vereinigung der Mengen B_1, \dots, B_{k_e} die Hyperkante e ergibt.

Das parametrisierte Problem p -HYPERGRAPH-BASIS sei wie folgt definiert:

p -HYPERGRAPH-BASIS

Instanz: Ein Hypergraph $\mathcal{H} = (V, E)$ und $k \in \mathbb{N}$.

Parameter: k .

Problem: Entscheide, ob eine Basis B von \mathcal{H} existiert mit $|B| = k$.

Zeigen Sie, dass p -HYPERGRAPH-BASIS fixed-parameter tractable ist, indem Sie eine Kernelisierung angeben.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Zeigen Sie, dass das nachstehende Problem p -MATRIX-DOMINATION fixed-parameter tractable ist.

p -MATRIX-DOMINATION

Instanz: Eine $(n \times n)$ -Matrix M mit Einträgen aus $\{0, 1\}$ und $k \in \mathbb{N}$.

Parameter: k .

Problem: Entscheide, ob eine Menge C von Eins-Einträgen in M mit $|C| \leq k$ existiert so, dass alle anderen Eins-Einträge von M durch C dominiert werden (dass also alle Eins-Einträge von M in der gleichen Zeile oder in der gleichen Spalte wie ein Element aus C stehen).