

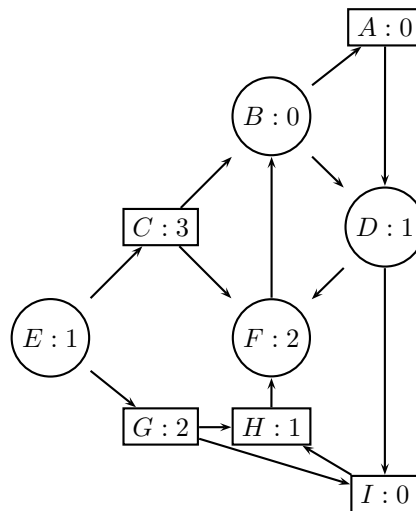
12. Übung Logik und Komplexität

Abgabe: Mittwoch, den 13.07.2005 zu Beginn der Vorlesung
Übungstermin: Mittwoch, den 13.07.2005

Aufgabe 1:

4 Punkte

Bestimmen Sie die Gewinnpositionen für 0 und 1 in folgendem Paritätsspiel:



(Die Beschriftung $X : i$ einer Position bedeutet, dass X die Bezeichnung der Position ist und i ihre Priorität.)

Aufgabe 2:

6 Punkte

Gegeben sei ein Spiel $\mathcal{G} := (V, V_0, E, W, P)$, dessen Spielknoten zusätzlich noch mit einem einstelligen Relationssymbol R markiert sind. Hierbei enthält W genau die unendlichen Pfade, die unendlich oft einen Zustand aus P enthalten.

Sei nun $\sigma := \{V_0, E, P\}$ die entsprechende Signatur. Geben Sie Formeln $\varphi_0(x) \in \text{M-LFP}[\sigma]$ und $\varphi_1(x) \in \text{M-LFP}[\sigma]$, so daß für alle Knoten $v \in V$ gilt: $\mathcal{G} \models \varphi_i[v]$ genau dann, wenn Spieler i von v aus das Spiel gewinnt.

Aufgabe 3:

5 Punkte

Zeigen Sie, daß jedes Paritätsspiel $\mathcal{G} := (V, V_0, E, \pi)$ so in ein Paritätsspiel $\mathcal{G}' := (V', V'_0, E', \pi')$, wobei $V \subseteq V'$, umgewandelt werden kann, daß

- (1) in \mathcal{G}' nur solche Knoten mehr als einen Nachfolger haben, die die höchste, und damit unwichtigste Priorität haben und
- (2) von jedem Knoten $v \in V$, Spieler 0 genau dann eine Gewinnstrategie in \mathcal{G} hat, wenn er eine Gewinnstrategie in \mathcal{G}' von v aus hat.

Aufgabe 4:

5 Punkte

Sei $\mathcal{G} := (V, V_0, E, \pi)$ ein Paritätsspiel und seien f, f' positionale Strategien für Spieler 0 in \mathcal{G} mit Gewinnmengen W und W' . Sei $f \triangleleft f'$ folgende zusammengesetzte Strategie:

$$(f \triangleleft f')(v) := \begin{cases} f(v) & \text{wenn } v \in W \\ f'(v) & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zeigen Sie, daß $f \triangleleft f'$ eine Gewinnstrategie für Spieler 0 mit Gewinnmenge $W \cup W'$ ist.