

11. Übung Logik und Komplexität

Abgabe: Freitag, den 1.07.2005 zu Beginn der Vorlesung

Übungstermin: Mittwoch, den 6.06.2005

Aufgabe 1:

4 Punkte

Zeigen Sie, daß jede Formel $\varphi \in \text{IFP}$ äquivalent zu einer Formel $\hat{\varphi} \in \text{IFP}$ in Negations-Normalform ist, d.h. zu einer Formel, in der Negationssymbole nur vor Atomen vorkommen.

Verwenden Sie dazu nicht den Satz von Immerman, sondern zeigen Sie, daß jede Formel der Form $\neg[\text{ifp}_{R,\bar{x}} \varphi](\bar{x})$ äquivalent zu einer Formel $[\text{ifp}_{R',\bar{x}'} \varphi'](\bar{x}')$ ist. Hierbei sind φ und φ' selbst wieder IFP-Formeln.

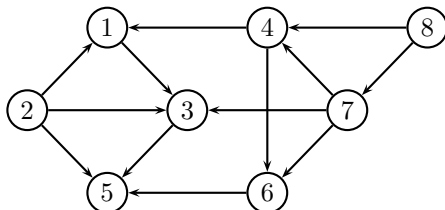
Aufgabe 2:

6 Punkte

Betrachten Sie folgende LFP-Formel $\varphi(x) := [\text{ifp}_{R,x} \psi(x)](x)$ mit

$$\psi(R, x) := (\forall y \neg Exy) \vee (\forall y (Eyx \rightarrow Ry)).$$

(i) Sei \mathcal{G} folgender Graph



Berechnen Sie die Menge $\varphi(\mathcal{G}) := \{v : \mathcal{G} \models \varphi[v]\}$ und geben Sie die Stage-Comparison Relationen \leq_ψ und \prec_ψ an.

(ii) Sei \mathcal{H} ein gerichteter, azyklischer Graph. Geben Sie ein allgemeines Kriterium für den Rang eines Knotens v aus \mathcal{H} bzgl. der Stage-Comparison-Relationen an.

Aufgabe 3:

6 Punkte

\mathfrak{A} sei der Graph mit Knotenmenge $A = \{0, 1, 2, 3\}$ und Kantenmenge

$$E^{\mathfrak{A}} = \{(0, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 3), (3, 2)\},$$

und \mathfrak{B} sei der Graph mit Knotenmenge $B = \{a, b, c, d, e\}$ und Kantenmenge

$$E^{\mathfrak{B}} = \{(a, b), (b, c), (b, d), (b, e), (c, d), (d, c), (d, e), (e, d), (c, e), (e, c)\}.$$

(i) Berechnen Sie die 2-Invariante $\mathfrak{A}/2$ von \mathfrak{A} und geben Sie eine graphische Darstellung der Struktur $\mathfrak{A}/2$.

(ii) Berechnen Sie die 2-Invariante $\mathfrak{B}/2$ von \mathfrak{B} und geben Sie eine graphische Darstellung der Struktur $\mathfrak{B}/2$.

(iii) Entscheiden Sie anhand der 2-Invarianten $\mathfrak{A}/2$ und $\mathfrak{B}/2$, ob $\mathfrak{A} \equiv^{L^2_\infty} \mathfrak{B}$.