

2. Übung SAT-Solving und Constraint Satisfaction Probleme

Abgabe: Dienstag, den 8.11.2005 zu Beginn der Vorlesung

Übungstermin: Donnerstag, den 10.11.2005

Aufgabe 1:

5 Punkte

Testen Sie folgende 2-SAT Formeln mit Hilfe des in der Vorlesung vorgestellten Verfahrens auf Erfüllbarkeit.

(i) $(X_6 \vee \neg X_5) \wedge (X_1 \vee X_2) \wedge (X_3 \vee \neg X_1) \wedge (\neg X_7 \vee X_5) \wedge (X_3 \vee \neg X_4) \wedge (\neg X_6 \vee X_7) \wedge (\neg X_4 \vee X_5) \wedge (\neg X_2 \vee \neg X_3) \wedge (X_2 \vee X_4)$

(ii) $(\neg X_5 \vee \neg X_8) \wedge (X_3 \vee \neg X_5) \wedge (\neg X_1 \vee \neg X_2) \wedge (X_5 \vee X_6) \wedge (X_3 \vee X_1) \wedge (\neg X_2 \vee X_7) \wedge (\neg X_3 \vee \neg X_6) \wedge (X_2 \vee \neg X_5) \wedge (X_8 \vee \neg X_7) \wedge (X_3 \vee X_2) \wedge (\neg X_6 \vee \neg X_2)$

Definition:

Eine *Umbenennung* ist eine Abbildung u von Literalen in Literale, so daß $u(\lambda) \in \{\lambda, \bar{\lambda}\}$ für alle Literale λ und $u(\bar{\lambda}) = \overline{u(\lambda)}$. Umbenennungen werden auf kanonische Weise auf Formeln in NNF fortgesetzt.

Eine Formel φ in KNF ist *Horn-umbenennbar*, wenn es eine Umbenennung u gibt, so daß $u(\varphi)$ eine Horn-Formel ist.

Aufgabe 2:

5 Punkte

(i) Welche der folgenden Formeln sind Horn-umbenennbar? Geben Sie jeweils eine Umbenennung an, wenn eine existiert.

- $(X_1 \vee X_2 \vee \neg X_3) \wedge (\neg X_2 \vee \neg X_3 \vee \neg X_4) \wedge (X_4 \vee \neg X_3 \vee \neg X_1)$
- $(\neg X_1 \vee \neg X_2 \vee \neg X_3) \wedge (X_1 \vee \neg X_3 \vee X_2) \wedge (X_4 \wedge \neg X_1 \wedge \neg X_3) \wedge (X_4 \wedge \neg X_2)$

(ii) Zeigen Sie, daß für jede Formel φ und jede Umbenennung u gilt: φ und $u(\varphi)$ sind erfüllbarkeits-äquivalent.

Aufgabe 3:

5 Punkte

Zeigen Sie, daß das folgende Problem in polynomieller Zeit lösbar ist.

Eingabe:	Formel φ in KNF
Problem:	Ist φ Horn-umbenennbar?

Hinweis: Konstruieren Sie eine Formel φ' in 2-KFN, die genau dann erfüllbar ist, wenn φ Horn-umbenennbar ist.

Aufgabe 4:

5 Punkte

Geben Sie einen Algorithmus an, der das Erfüllbarkeitsproblem für Horn-umbenennbare Formeln in polynomieller Zeit löst und beweisen Sie dessen Korrektheit.