

1. Übung SAT-Solving und Constraint Satisfaction Probleme

Abgabe: Dienstag, den 1.11.2005 zu Beginn der Vorlesung

Übungstermin: Donnerstag, den 3.6.2005

Aufgabe 1:

5 Punkte

Beweisen Sie folgende Aussagen:

- (i) Jede Formel der Aussagenlogik ist erfüllbarkeits-äquivalent zu einer Formel in disjunktiver Normalform. Geben Sie dabei möglichst einfache erfüllbarkeits-äquivalente Formeln in DNF an.
- (ii) Die beiden folgenden Aussagen sind äquivalent:
- Zu jeder Formel der Aussagenlogik kann in Polynomialzeit eine erfüllbarkeits-äquivalente Formel in DNF berechnet werden.
 - $P = NP$.

Aufgabe 2:

4 Punkte

Beweisen Sie Satz 1.13 der Vorlesung.

Aufgabe 3:

5 Punkte

Geben Sie eine geeignete Reduktion des SUDOKU-Spiels auf das SAT-Problem an.

Mit SUDOKU soll hierbei das Problem gemeint sein, zu einer gegebenen Startkonfiguration zu entscheiden, ob diese zu einer gültigen Beschriftung des Spielfeldes erweitert werden kann. (Die Spielregeln finden Sie weiter unten auf dem Blatt.)

Aufgabe 4:

6 Punkte

Benutzen Sie die in der Vorlesung behandelte Reduktion des Horn-SAT Problems auf das Spielproblem um folgende Formeln auf Erfüllbarkeit zu testen.

- (i) $(X \rightarrow) \wedge (Y \rightarrow X) \wedge (U \wedge V \rightarrow) \wedge (V \rightarrow Y) \wedge (U \wedge X \rightarrow Y) \wedge (\rightarrow U)$
- (ii) $X \wedge (\neg Z \vee \neg Y \vee \neg X) \wedge (Z \rightarrow Y) \wedge (Y \rightarrow V) \wedge (V \rightarrow Z)$

Spielregeln von SUDOKU: Das Spielfeld besteht aus 9×9 -Feldern, in die jeweils eine Zahl zwischen 1 und 9 geschrieben werden muß. Das Spielfeld ist weiterhin auf die naheliegende Art in 9 Blöcke zu 3×3 -Feldern unterteilt. Eine Startkonfiguration des Spiels ist eine Beschriftung einiger Felder mit Zahlen zwischen 1 und 9. Ziel des Spieles ist es, alle anderen Felder so zu beschriften, daß in jeder Zeile, in jeder Spalte und in jedem der Blöcke jeweils alle Zahlen zwischen 1 und 9 vorkommen.