

7. Übung Anwendungen von Graphzerlegungen in Algorithmik und Logik

Abgabe: Donnerstag, 14.6.2007 zu Beginn der Vorlesung

Übungstermin: Dienstag, der 19.6.2007

Aufgabe 1:

5 Punkte

- (1) Finden Sie eine Graphklasse mit beschränkter lokaler Baumweite, die nicht unter Minoren abgeschlossen ist.

Hinweis: Betrachten sie Unterteilungen von vollständigen Graphen, d.h. Graphen, die aus vollständigen Graphen entstehen, indem man die Kanten durch Wege ersetzt.

- (2) Für $d \in \mathbb{N}$ sei \mathcal{C}_d eine Klasse von Graphen mit Grad höchstens d .
Zeigen Sie: \mathcal{C}_d hat effektiv beschränkte lokale Baumweite.

Aufgabe 2:

5 Punkte

Seien H und G Graphen mit $H \preceq G$ und $|H| = n$.

Zeigen Sie: Es gibt eine Funktion $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ und einen Untergraphen $G' \subseteq G$ so dass

- $H \preceq G'$, und
- $\text{tw}(G') \leq f(n)$.

Hinweis: Benutzen Sie Aufgabe 4 von Blatt 5.

Aufgabe 3:

5 Punkte

Sei \mathcal{C} eine Graphklasse, sei $(T, (B_t)_{t \in V(T)})$ eine Baumzerlegung eines Graphen G über \mathcal{C} , und sei $t \in V(T)$.

Zeigen Sie: Für jeden zusammenhängenden Untergraphen $C \subseteq G$ ist der Graph $\overline{B}_t[V(C) \cap B_t]$ entweder leer oder zusammenhängend.

Aufgabe 4:

5 Punkte

- (1) Der Satz 5.6 über Minoren besagt, dass jede unendliche Folge von Graphen zwei Graphen H und G enthält mit $H \preceq G$.

Folgern Sie: Für jede unter Minoren abgeschlossene Klasse von Graphen gibt es eine endliche Menge \mathcal{F} von Graphen mit $\mathcal{C} = \mathcal{V}(\mathcal{F})$.

- (2) Zeigen Sie: Für festes k ist das Problem

k -DISJOINTPATHS
<i>Eingabe:</i> Ein Graph G und Knoten $s_1, t_1 \dots s_k, t_k$ von G .
<i>Problem:</i> Gibt es für $1 \leq i \leq k$ paarweise disjunkte Pfade P_i von s_i nach t_i ?

ist in Zeit $O(|G|^3)$ entscheidbar.

Hinweis: Verwenden sie den Minorentest (Satz 5.8).