Institut für Informatik SS 07
Humboldt-Universität zu Berlin
Dr. Isolde Adler Prof. Stephan Kreutzer

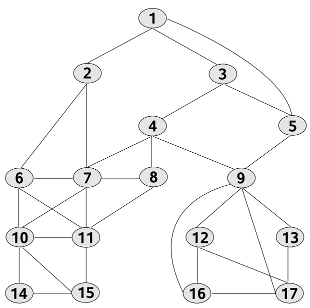
3. Übung Anwendungen von Graphzerlegungen in Algorithmik und Logik

Abgabe: Donnerstag, 10.5.2007 zu Beginn der Vorlesung

Übungstermin: Dienstag, der 15.5.2007

Aufgabe 1: 5 Punkte

Berechnen Sie eine normale Baumzerlegung des folgenden Graphen.



Aufgabe 2: 5 Punkte

Im Blatt 2 wurde gezeigt, dass für jede Klasse von Graphen mit beschränkter Baumweite des Dominating-Set Problem für jedes $k \in \mathbb{N}$ in Linearzeit lösbar ist.

Sei nun $\mathcal{C}$ eine Klasse von Graphen, so dass für alle $G \in \mathcal{C}$ gilt: $\mathrm{tw}(G) \leqslant 5 \cdot \mathrm{diam}(G)$, wobei $\mathrm{diam}(G)$ den Durchmesser von G bezeichnet, d.h. den längsten kürzesten Pfad zwischen zwei Knoten. Zeigen Sie, dass für jedes $k \in \mathbb{N}$ das Dominating-Set Problem auf $\mathcal{C}$ in Linearzeit gelöst werden kann.

Aufgabe 3: 5 Punkte

Zeigen Sie, dass jeder seriell-parallele Graph Baumweite höchstens 2 hat.

Zur Erinnerung: Die Klasse der seriell-parallelen Graphen (G, s, t) mit Quelle s und Senke t ist induktiv wie folgt definiert:

- Jede Kante $\{s, t\}$ ist seriell-parallel. (Also jeder Graph mit zwei Knoten s, t und einer Kante dazwischen.)
- Sind (G_1, s_1, t_1) und (G_2, s_2, t_2) seriell-parallel und $V(G_1) \cap V(G_2) = \varnothing$, so sind auch folgende (G, s, t) seriell-parallel:
  - (G, s, t) entsteht aus G_1 und G_2, indem man G_1, G_2 vereinigt und anschließend die Knoten t_1 und s_2 identifiziert. Es gilt $s = s_1$ und $t = t_2$. (serielle Komposition)
  - (G, s, t) entsteht aus aus G_1 und G_2, indem man G_1, G_2 vereinigt und anschließend die Knoten t_1 mit t_2 sowie s_1 mit s_2 identifiziert. Es gilt $s = s_1$ und $t = t_2$. (parallele Komposition)

Aufgabe 4: 5 Punkte

Zeigen Sie, dass für jeden Graph G die Baumweite von G kleiner gleich der Mächtigkeit eines minimalen Vertex Covers von G ist.