

Theoretische Informatik II

10. Serie

Abgabe bis zum 10. Januar

Aufgabe 1

[4 Punkte]

Welche der folgenden Sprachen sind entscheidbar, welche sind es nicht? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

- $\{w \in \{0, 1\}^* : T(M_w) \text{ ist endlich}\}$,
- $\{w \in \{0, 1\}^* : \varepsilon \in T(M_w)\}$,
- $\{w \in \{0, 1\}^* : \exists w' \neq w : T(M_w) = T(M_{w'})\}$,
- $\{w \in \{0, 1\}^* : T(M_w) \text{ ist nicht rekursiv aufzählbar}\}$.

Aufgabe 2

[4 Punkte]

Sei \mathcal{H} das allgemeine Halteproblem als Sprache über dem Alphabet $\{0, 1, \#\}$. Welche der beiden Sprachen \mathcal{H} , $\overline{\mathcal{H}}$ ist rekursiv aufzählbar, welche ist es nicht? Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Antwort.

Aufgabe 3

[4 Punkte]

Zeigen Sie, daß

- $\log n = o(n^{1/100})$,
- $\exp(\log^2 n) = \omega(n^{10})$,
- $(1 + \frac{1}{n})^n = \Theta(1)$,
- $(\ln n)^{O(\ln \ln n)} = O(\sqrt{n})$.

Aufgabe 4

[4 Punkte]

Zeigen Sie, daß

- $\sqrt[n]{n} \sim 1$,
- $\binom{2n}{n} = o(4^n)$.