

Theoretische Informatik II

7. Serie

Musterlösung zur Aufgabe 2.b

Sei $L = \{ww : w \in \{a, b\}^*\}$. Geben Sie einen LBA an, der L akzeptiert. Erläutern Sie Ihre Konstruktion.

Lösung: Der LBA M rät zuerst nicht-deterministisch die Wortmitte. Dann wird überprüft, ob das letzte Zeichen der zweiten Worthälfte mit dem letzten Zeichen der ersten Worthälfte übereinstimmt. Wenn nicht, wird nicht akzeptiert. Ansonsten löscht der Automat das letzte Zeichen und fährt mit der Überprüfung des nächsten Zeichens fort. Es wird nur akzeptiert, wenn die beiden Teilwörter gleich sind. Formal sei $M = (\{q_0 \dots q_8, q_E\}, \{a, b, \hat{a}, \hat{b}\}, \{a, b, \hat{a}, \hat{b}, \bar{a}, \bar{b}, \dot{a}, \dot{b}, \ddot{a}, \ddot{b}, \square\}, \delta, q_0, \square, \{q_E\})$, wobei δ wie folgt gegeben ist:

- Markiere das erste Zeichen, um später nicht drüber zu laufen.
 $\delta(q_0, a) = (q_1, \dot{a}, N)$, $\delta(q_0, b) = (q_1, \dot{b}, N)$
- Hat das Wort nur einen Buchstaben, so gehe in eine Endlosschleife und akzeptiere nicht.
 $\delta(q_0, \hat{a}) = (q_0, \hat{a}, N)$, $\delta(q_0, \hat{b}) = (q_0, \hat{b}, N)$
- Markiere nicht-deterministisch ein Zeichen als Wortende des ersten Teilwortes.
 $\delta(q_1, \dot{a}) = (q_2, \ddot{a}, N)$, $\delta(q_1, \dot{b}) = (q_2, \ddot{b}, N)$
 $\delta(q_1, a) = (q_2, \bar{a}, N)$, $\delta(q_1, b) = (q_2, \bar{b}, N)$
 $\delta(q_1, \hat{a}) = (q_1, \dot{a}, R)$, $\delta(q_1, \hat{b}) = (q_1, \dot{b}, R)$
 $\delta(q_1, a) = (q_1, a, R)$, $\delta(q_1, b) = (q_1, b, R)$
- Merke, welcher Buchstabe markiert wurde.
 $\delta(q_2, \bar{a}) = (q_3, \bar{a}, R)$, $\delta(q_2, \ddot{a}) = (q_3, \ddot{a}, R)$
 $\delta(q_2, \bar{b}) = (q_4, \bar{b}, R)$, $\delta(q_2, \ddot{b}) = (q_4, \ddot{b}, R)$
- Laufe ans Wortende.
 $\delta(q_3, a) = (q_3, a, R)$, $\delta(q_3, b) = (q_3, b, R)$, $\delta(q_3, \square) = (q_3, \square, R)$
 $\delta(q_4, a) = (q_4, a, R)$, $\delta(q_4, b) = (q_4, b, R)$, $\delta(q_4, \square) = (q_4, \square, R)$
- Vergleiche den letzten Buchstaben mit dem Wortende des ersten Teilwortes. Sind diese unterschiedlich, so gehe in eine Endlosschleife und akzeptiere nicht.
 $\delta(q_3, \hat{b}) = (q_3, \hat{b}, N)$, $\delta(q_4, \hat{a}) = (q_4, \hat{a}, N)$
- Ansonsten lösche das letzte Zeichen und markiere das Zeichen davor als neues Ende.
 $\delta(q_3, \hat{a}) = (q_5, \square, L)$, $\delta(q_4, \hat{b}) = (q_5, \square, L)$
 $\delta(q_5, a) = (q_6, \hat{a}, L)$, $\delta(q_5, b) = (q_6, \hat{b}, L)$
- Ist das Zeichen davor der Wortanfang, und besteht das Wort nur aus zwei gleichen Buchstaben, so akzeptiere.
 $\delta(q_5, \hat{a}) = (q_E, \square, N)$, $\delta(q_5, \hat{b}) = (q_E, \square, N)$
- Ist das Zeichen davor das Wortende des ersten Teilwortes, so gehe in eine Endlosschleife und akzeptiere nicht.
 $\delta(q_5, \bar{a}) = (q_5, \bar{a}, N)$, $\delta(q_5, \bar{b}) = (q_5, \bar{b}, N)$
- Ist das Zeichen davor \square , so ist das zweite Teilwort abgearbeitet. Überprüfe, ob auch das erste Teilwort abgearbeitet ist. Falls ja, so akzeptiere.

$$\delta(q_5, \square) = (q_7, \square, L), \quad \delta(q_7, \square) = (q_7, \square, L)$$

$$\delta(q_7, \dot{a}) = (q_E, \square, N), \quad \delta(q_7, \dot{b}) = (q_E, \square, N)$$

Ansonsten ist das erste Teilwort länger als das zweite und wird nicht akzeptiert.

- Laufe zum Ende des ersten Teilwortes.

$$\delta(q_6, a) = (q_6, a, L), \quad \delta(q_6, b) = (q_6, b, L), \quad \delta(q_6, \square) = (q_6, \square, L)$$

- Lösche den letzten Buchstaben des ersten Teilwortes und markiere das Zeichen davor als neues Ende. Beginne mit dem kürzeren Wort wieder von vorn.

$$\delta(q_6, \bar{a}) = (q_8, \square, L), \quad \delta(q_6, \bar{b}) = (q_8, \square, L)$$

$$\delta(q_8, a) = (q_2, \bar{a}, N), \quad \delta(q_8, \dot{a}) = (q_2, \dot{a}, N)$$

$$\delta(q_8, b) = (q_2, \bar{b}, N), \quad \delta(q_8, \dot{b}) = (q_2, \dot{b}, N)$$

- Falls das erste Teilwort abgearbeitet ist, so gehe in eine Endlosschleife und akzeptiere nicht, da das zweite Teilwort länger als das erste ist.

$$\delta(q_6, \dot{a}) = (q_6, \dot{a}, N), \quad \delta(q_6, \dot{b}) = (q_6, \dot{b}, N)$$