

## Theoretische Informatik II

### 12. Serie

Abgabe bis zum 29. Januar 2003

#### Aufgabe 45

[8 Punkte]

Vervollständigen Sie den Beweis von Satz 1.1 der Vorlesung, indem Sie für das Verfahren *Suche* zeigen: Wenn der Eingabegraph  $G$  einen  $1-k$ -Pfad enthält, enthält die Ausgabe  $T$  ebenfalls einen  $1-k$ -Pfad. *Hinweis*: Induktion

#### Aufgabe 46

[4+4+4 Punkte]

**Definition:** In einem gerichteten Graphen  $D = (V, A)$  heißt ein Knoten  $v_k$  von  $v_0$  aus in  $k$  Schritten erreichbar, wenn es Knoten  $v_1, \dots, v_{k-1} \in V$  gibt, sodass  $(v_{i-1}, v_i) \in A, \forall i \in [k]$ .

Der Abstand von  $x$  nach  $y$  sei  $\text{dist}(x, y) := \min\{k \mid y \text{ ist in } k \text{ Schritten von } x \text{ erreichbar}\}$ .

- Beschreiben Sie, wie eine Adjazenzliste für gerichtete Graphen aussieht.
- Geben Sie einen Algorithmus an, der zu einem gegebenen Knoten die Abstände aller von ihm aus erreichbaren Knoten bestimmt. Beweisen Sie seine Korrektheit.
- Bestimmen Sie die Laufzeit ihres Algorithmus.

#### Aufgabe 47

[4+4+4 Punkte]

Sei  $G$  ein Graph mit  $n$  Knoten und  $m$  Kanten.

**Definition:** Eine Partition der Knoten in zwei disjunkte Teile heiße *toll*, falls zwischen den Teilen mindestens  $m/2$  Kanten verlaufen.

Eine Partition sei umso *besser*, je mehr Kanten zwischen den beiden Teilen verlaufen.

- Zeigen Sie, dass in jedem Graphen eine bestmögliche Partition stets toll ist.
- Geben Sie einen Algorithmus an, der eine tolle Partition findet. Beweisen Sie seine Korrektheit.
- Wie kann eine tolle Partition in Laufzeit  $O(n + m)$  gefunden werden?

#### Aufgabe 48

[8 Punkte]

Gegeben sei ein Graph  $G$  auf  $n$  Knoten als Adjazenzliste. Geben Sie einen Algorithmus an, der mit Laufzeit  $O(n)$  testet, ob  $G$  ein Baum ist.