INSTITUT FÜR INFORMATIK
ALGORITHMEN UND KOMPLEXITÄT
DR. ANUSCH TARAZ

WS 2001/2002
13. NOVEMBER 2001

Theoretische Informatik II

5. Serie

Abgabe bis zum 21. November

Aufgabe 17 [5 Punkte]

Sei L die Menge aller Palindrome über dem Alphabet $\{a, b\}$ (vgl. Aufgabe 2). Sei

$$\tilde{L} = \{w \in \{a,b\}^* |\ \#_a(w) = \#_b(w)\}.$$

a. Zeigen Sie, daß L eine kontextfreie Sprache ist, indem Sie eine kontextfreie Grammatik angeben, welche L erzeugt.

b. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik in Chomsky-Normalform an, welche L erzeugt. Begründen Sie Ihre Antwort!

c. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik über dem Alphabet $\{a, b\}$ an, die $\tilde{L}$ erzeugt und nicht mehr als eine Variable und nicht mehr als vier Produktionen hat. Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 18 [5 Punkte]

Welche der folgenden Sprachen sind kontextfrei, welche sind es nicht? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort!

a. $L_1 = \{a^n b^m |\ n \leq m \leq 2n\}$.

b. $L_2 = \{w \in \{a,b,c\}^* |\ \#_a(w) = \#_b(w) = \#_c(w)\}$.

c. $L_3 = \{baba^2ba^3b \cdots ba^{n-1}ba^nb |\ n \geq 1\}$.

Aufgabe 19 [5 Punkte]

Sei A eine kontextfreie und B eine reguläre Sprache.

a. Zeigen Sie, daß $A \cap B$ eine kontextfreie Sprache ist.

b. Ist $A \setminus B$ kontextfrei? Begründen Sie Ihre Antwort!

c. Ist $A \cap B$ regulär? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 20 [5 Punkte]

Zeigen Sie, daß folgende Umkehrung des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen *falsch* ist:

> Sei L eine Sprache. Angenommen es gibt eine Zahl n, so daß sich jedes Wort $z \in L$ der Länge $\geq n$ zerlegen läßt in der Form $z = uvwxy$, so daß folgende Bedingungen erfüllt sind:
>
> 1. Die Länge von vx ist ≥ 1 und die Länge von vwx ist $\leq n$.
> 2. Für alle $i \geq 0$ gilt $uv^i wx^i y \in L$.
>
> Dann ist L kontextfrei.

Hinweis: Betrachten Sie z.B. die Sprache $L = \{a^i b^j c^k d^l \mid i = 0 \text{ oder } j = k = l\}$.