

Graphen und Algorithmen 2

9. Serie

Abgabe bis zum 26. Juni vor der Übung

Aufgabe 1

[4 Punkte]

Beweisen Sie die mehrfarbige Version des Satzes von Ramsey.

Aufgabe 2

[5 Punkte]

Für eine beliebige natürliche Zahl k sei die Schurzahl $s(k)$ die kleinste Zahl $s \in \mathbb{N}$ so, dass für jede Partition A_1, \dots, A_k von $[s]$ ein $i \in [k]$ und $x, y, z \in A_i$ existieren mit $x + y = z$.
Beweisen Sie:

- $s(2) = 5$
- $s(k) \leq r(\underbrace{3, \dots, 3}_{k\text{-mal}})$

Aufgabe 3

[2 Punkte]

Zeigen Sie, dass $r(k, \ell) \leq r(k, \ell - 1) + r(k - 1, \ell) - 1$ gilt, falls $r(k, \ell - 1)$ und $r(k - 1, \ell)$ beide gerade sind.

Hinweis: Betrachten Sie einen Knoten vom geraden Grad.

Aufgabe 4

[5 Punkte]

Zeigen Sie, dass $r(3, 4) \leq 9$, $r(3, 5) = 14$ und $r(4, 4) \leq 18$ gilt.

Hinweis: Betrachten Sie für die untere Schranke die Knotenmenge $\mathbb{Z}/13\mathbb{Z}$ und verbinden Sie zwei Knoten, falls ihre Differenz ein kubischer Rest ergibt.