Institut für Informatik
Algorithmen und Komplexität
Dozent: Dr. Mathias Schacht

SS 2008
30. Mai 2008

Graphen und Algorithmen 2

6. Serie

Abgabe bis zum 6. Juni *vor* der Übung

Aufgabe 1 [4 Punkte]

Sei (V, W) ein (ε, d)-reguläres Paar. Finden Sie obere Schranken für die Kardinalität der Mengen $V^+ := \{v \in V\colon |N(v) \cap W| > (d+\varepsilon)|W|\}$ und $V^- := \{v \in V\colon |N(v) \cap W| < (d-\varepsilon)|W|\}$.

Aufgabe 2 [8 Punkte]

(*i*) Beweisen Sie das *counting lemma* für den K_3. D.h. für alle $\gamma > 0$ und $d > 0$ existiert $\varepsilon > 0$ und m_0, so dass gilt: Falls $G = (V_1, V_2, V_3; E)$ ein tripartiter Graph mit $V_i = m \geq m_0$ für $i = 1, 2, 3$ und (V_i, V_j) (ε, d)-regulär für $1 \leq i < j \leq 3$ ist, dann gilt

$$(1-\gamma)d^3m^3 \leq \#\{K_3 \subset G\} \leq (1+\gamma)d^3m^3\,.$$

(*ii*) Gelten ähnliche Schranken für $\#\{K_3 \subset G\}$, falls nur zwei bzw. nur eines bzw. keines der Paare (V_i, V_j) regulär ist?

Aufgabe 3 [4 Punkte]

Die obere Kantendichte eines *unendlichen* Graphen G ist das Infimum aller reellen Zahlen α, so dass die endlichen Untergraphen $H \subseteq G$ mit $e(H)/\binom{|V(H)|}{2} > \alpha$ beschränkte Ordnung haben. Zeige, dass diese Zahl stets in $\{1\} \cup \{1 - 1/k\colon\ k \in \mathbb{N}\}$ liegt.