Institut für Informatik
Algorithmen und Komplexität
Dr. Till Nierhoff

WS 2002/2003
18. Dezember 2002

Theoretische Informatik II

Übungsklausur

Hinweise zur Klausur:

- Die Klausur findet am Samstag, 15.02.2002, zwischen 9:00 und 13:00 Uhr, im Audimax, UL 6, statt.
- Die Anmeldung zur Klausur findet für die Diplom-Informatiker in den Übungen im Januar 2003 statt. Alle anderen Studenten melden sich bitte bis spätestens 31.01.2003 bei Frau Neugebauer (RUD 25, Raum II 323) an.
- Wer sich angemeldet hat und sich wieder abmelden möchte, kann dies bis einschließlich Donnerstag, 13.02.2002, per email an nierhoff@informatik.hu-berlin.de ohne Angabe von Gründen tun.
- Bringen Sie zur Klausur bitte einen "amtlichen Lichtbildausweis" mit.
- Stellen Sie sich bitte darauf ein, dass in der Klausur
  - keinerlei Hilfsmittel zugelassen sind. Sie benötigen nur einen Stift.
  - Ihre Jacken und Taschen vorne auf dem Podium abgelegt werden. An Ihrem Platz dürfen sich nur Stifte und Verpflegung befinden
  - sämtliches Papier, das Sie erhalten, wieder abzugeben ist, also auch Schmierpapier

Hinweis: Für die Bearbeitung von Aufgaben dieses Umfangs hätten Sie bei einer Klausur 120 Minuten Zeit.

Aufgabe 1 [2+2+2 Punkte]

Konstruieren Sie zu den folgenden regulären Ausdrücken jeweils einen deterministischen regulären Automaten, der äquivalent ist:

a) $10|(0|11)0^*1$

b) $01\Big(\big((10)^*|111\big)^*|0\Big)^*1$

c) $\big((0|1)(0|1)\big)^*|\big((0|1)(0|1)(0|1)\big)^*$

Aufgabe 2 [2+2+2 Punkte]

Beweisen Sie ihre Antworten zu folgenden Fragen:

a) Es seien L_n, $n \in \mathbb{N}$, reguläre Sprachen.
Ist dann auch $L = \bigcup_{n=1}^{\infty} L_n$ regulär?

b) Ist die Sprache $L_n = \{0^p | p \leq n,\ \text{p prim}\}$ für jedes $n \in \mathbb{N}$ regulär?

c) Ist die Sprache $L = \{0^p |\ \text{p prim}\}$ regulär?

Aufgabe 3 [2+4 Punkte]

a) Es sei $L = \{a^i b^{i+j} c^j \ : \ i, j \in \mathbb{N}^+\}$ eine Sprache über dem Alphabet $\{a, b, c\}$. Entwerfen Sie eine kontextfreie Grammatik G, die L erzeugt.

b) Man betrachte die kontextfreie Grammatik $G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$ mit den Produktionen $S \to SS|bS|Sb|a$. Bestimmen Sie die Sprache, die von G erzeugt wird, und beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Aussage.

Aufgabe 4 [2+2+2 Punkte]

Sind die folgenden Sprachen entscheidbar? Beweisen Sie Ihre Antworten.

1. $\{w \mid L(M_w) = \overline{L(M_w)}\}$
2. $\{w \mid M_w$ berechnet totale Funktion $\}$
3. $\{w \mid L(M_w) \neq \emptyset\}$

Aufgabe 5 [6 Punkte]

Beweisen Sie:
Das Halteproblem ist nicht entscheidbar. Führen Sie dazu die Annahme zum Widerspruch, dass es eine Turingmaschine gibt, die das Halteproblem entscheidet.

Aufgabe 6 [6 Punkte]

Beweisen oder widerlegen Sie:
Seien T_1 und T_2 zwei Bäume auf n Knoten. Mit n_i^j, $j \in \{1, 2\}$, bezeichnen wir die Anzahl der Knoten von Grad i in T_j, weiterhin sei $l_j = \sum_{i=1}^{n} i n_i^j$.
Behauptung: Es gilt immer $l_1 = l_2$.

Hinweis: Sie dürfen für die Lösung dieser Aufgabe alle Aussagen der Vorlesung heranziehen.