

Theoretische Informatik II

11. Serie

Abgabe bis zum 22. Januar 2003

Aufgabe 41

[5+5 Punkte]

- a) Zeigen Sie, dass in einem gerichteten Graphen mit m Kanten gilt

$$\sum_{v \in V} d^+(v) = \sum_{v \in V} d^-(v) = m.$$

- b) Wieviele ungerichtete Graphen mit der Knotenmenge $[n]$ gibt es?

Aufgabe 42

[5+5 Punkte]

- a) Begründen Sie, warum der Q_n für alle $n \geq 2$ den C_{2^n} enthält.
- b) *Definition:* In einem Graphen heißt eine Kante $e = \{u, v\}$ *Brücke*, falls es von u nach v nur einen Pfad gibt.
Gibt es einen Graphen G auf n Knoten, der sowohl eine Brücke als auch den C_n enthält?

Aufgabe 43

[10 Punkte]

Sei G ein Graph auf n Knoten. Beweisen Sie die Äquivalenz der folgenden Aussagen:

- i) G ist ein Baum
- ii) G ist (kanten-)minimal zusammenhängend
- iii) G ist (kanten-)maximal kreisfrei

Aufgabe 44

[10 Punkte]

Seien $d_1, \dots, d_n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$. Zu zeigen ist, dass es genau dann einen Baum $T = ([n], E)$ mit $d_T(i) = d_i$ gibt, wenn $\sum_{i=1}^n d_i = 2n - 2$.