

Theoretische Informatik II

6. Serie

Abgabe bis zum 27. November 2002

Aufgabe 21

[9 Punkte]

Erstellen Sie eine Grammatik G über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ mit höchstens 2 Variablen, die genau die Wörter erzeugt, die der folgende LBA akzeptiert:
 $M = (\{q, r, s, t\}, \Sigma', \Gamma, \delta, q, \{s\})$ mit $\Sigma' = \Sigma \cup \{\hat{0}, \hat{1}\}$, $\Gamma = \Sigma' \cup \{\square\}$
 und der Überföhrungsfunktion:

$\delta(z, a)$	$a = 0$	1	$\hat{0}$	$\hat{1}$
$z = q$	$(r, 0, R)$	$(s, 1, N)$	$(t, \hat{0}, N)$	$(s, \hat{1}, N)$
r	$(q, 0, R)$	$(t, 1, N)$	$(s, \hat{0}, N)$	$(t, \hat{1}, N)$
s				
t				

Beweisen Sie die Korrektheit Ihrer Konstruktion.

Aufgabe 22

[10 Punkte]

Nach Satz 3.1 der Vorlesung kann aus der Grammatik $G = (\{S\}, \{0, 1\}, P, S)$ mit den Regeln $P = \{S \rightarrow 0, 1, 0S0, 1S1\}$ ein LBA konstruiert werden, der genau die Wörter akzeptiert, die von G erzeugt werden.
 Geben Sie für die Eingabe 0110110 eine akzeptierende Konfigurationsfolge dieser Maschine an. Erläutern Sie dabei ihre Funktionsweise.

Aufgabe 23

[2+2+2+3 Punkte]

Für zwei nichtleere Sprachen A und B sei die *markierte Vereinigung* $A \oplus B$ definiert durch

$$A \oplus B = \{0x \mid x \in A\} \cup \{1x \mid x \in B\}$$

Zeigen Sie:

- a) $A \leq A \oplus B$ und $B \leq A \oplus B$.
- b) $A \oplus B \in \mathcal{REC} \Leftrightarrow A \in \mathcal{REC} \wedge B \in \mathcal{REC}$
- c) $A \oplus B \in \mathcal{RE} \Leftrightarrow A \in \mathcal{RE} \wedge B \in \mathcal{RE}$
- d) Für alle Sprachen C gilt: $A \oplus B \leq C \Leftrightarrow A \leq C \wedge B \leq C$.

Aufgabe 24

[4+4+4 Punkte]

Definition: Einen Graphen, den man dadurch erhält, dass man zu einem Pfad von x nach y noch die Kante $\{y, x\}$ hinzunimmt, nennt man Kreis. Dabei muss der x - y -Pfad mindestens drei Knoten beinhalten.

Zeigen Sie, dass für jeden Baum T mit $n \geq 2$ Knoten gilt:

- a) T enthält keinen Kreis,
- b) T besitzt mindestens zwei Knoten vom Grad 1, *Hinweis:* a) verwenden
- c) T besitzt genau $n - 1$ Kanten. *Hinweis:* Induktion