Institut für Informatik
Algorithmen und Komplexität
Dr. Till Nierhoff

WS 2002
13. November 2002

Theoretische Informatik II

5. Serie

Abgabe bis zum 20. November 2002

Aufgabe 17 [3+3+4 Punkte]

Sei $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$ eine Grammatik mit P:

$$\begin{aligned} S &\to aB, bA \\ A &\to a, aS, bAA \\ B &\to b, bS, aBB. \end{aligned}$$

Geben Sie für das Wort *aaabbabbba*

a) eine Linksableitung, d.h. eine Ableitung, bei der jeweils das am weitesten links stehende Nichtterminalsymbol in einer Satzform ersetzt wird, und

b) eine Rechtsableitung, d.h. eine Ableitung, bei der jeweils das am weitesten rechts stehende Nichtterminalsymbol in einer Satzform ersetzt wird, an.

c) Ist die angegebene Grammatik mehrdeutig, d.h gibt es ein Wort $w \in L(G)$, für das mindestens zwei verschiedene Linksableitungen existieren?

Aufgabe 18 [5+5 Punkte]

Entscheiden Sie zu den folgenden Grammatiken, von welchem Typ (höchstmöglich) sie sind und welche Sprache sie erzeugen. Begründen Sie Ihre Antwort.

a) $G_1 = (\{A, S\}, \{(,), [,]\}, P, S)$ mit P:

$$\begin{aligned} S &\to \varepsilon, (S), A], SS \\ A &\to (SA, (S \end{aligned}$$

b) $G_2 = (\{S, A, B, C\}, \{0, 1\}, P, S)$ mit P:

$$\begin{aligned} S &\to 0, 1A \\ A &\to 1B, 0C \\ B &\to \varepsilon, 1A, 0B \\ C &\to 1C, 0A \end{aligned}$$

Aufgabe 19 [4+6 Punkte]

Die Palindrome über einem Alphabet Σ sind definiert durch:
ε und a mit $a \in \Sigma$ sind Palindrome.
Ist w ein Palindrom, dann auch awa mit $a \in \Sigma$.

a) Erstellen Sie eine Grammatik G, die alle Palindrome über $\Sigma = \{a, b, c\}$ erzeugt.

b) Beweisen Sie, dass $L(G)$ die Menge aller Palindrome über $\{a, b, c\}$ ist.

Aufgabe 20 [2+2+2+4 Punkte]

Sei $G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$ eine Grammatik mit $P : \ S \to aSb, bSa, SS, \varepsilon$. Zeigen Sie, dass

a) $abab$ zu $L(G)$ gehört

b) für jedes $w \in \Sigma^*$ gilt: wenn $w \in L(G)$, dann sind auch $awb, bwa \in L(G)$,

c) für alle $w, w' \in \Sigma^*$ gilt: wenn $w, w' \in L(G)$, dann ist auch $ww' \in L(G)$,

d) $L(G)$ die Menge aller Wörter ist, die die gleiche Anzahl von a's und b's enthalten.
Hinweis zur Rückrichtung: Induktion über die Wortlänge; Teile b) und c) verwenden.