INSTITUT FÜR INFORMATIK
ALGORITHMEN UND KOMPLEXITÄT
DR. TILL NIERHOFF

WS 2002
6. NOVEMBER 2002

Theoretische Informatik II

4. Serie

Abgabe bis zum 13. November 2002

Aufgabe 13 [10 Punkte]

Sei Σ ein durch $<$ geordnetes Alphabet. Die lexikographische Ordnung auf Σ^* ist dann durch $x < y :\Leftrightarrow \begin{cases} |x| < |y| \quad \text{oder} \\ |x| = |y|,\ x_1 \cdots x_{i-1} = y_1 \cdots y_{i-1} \text{ und } x_i < y_i \text{ für ein } i \leq |x| \end{cases}$ gegeben. Eine Menge $A \subseteq \Sigma^*$ heißt *in lexikographischer Ordnung rekursiv aufzählbar*, falls $A = \emptyset$ oder falls es eine berechenbare Funktion $f : \Sigma^* \to \Sigma^*$ mit Wertebereich A gibt, so dass $f(x) \leq f(y)$, falls $x < y$. Zeigen Sie:

A ist genau dann in lexikographischer Ordnung rekursiv aufzählbar, wenn A entscheidbar ist. *Hinweis für eine Richtung:* Betrachten Sie den Beweis für „iv) $\Longrightarrow$ v)“ des Satzes 1.1 der Vorlesung.

Aufgabe 14 [5+5 Punkte]

a) In der Vorlesung wurde H$\leq$MPKP gezeigt (Satz 2.5). Wie muss der Beweis modifiziert werden, um $L \leq$ MPKP zu zeigen, wobei $L = L(M)$ und M eine 1-DTM seien?

b) Sei $M = (\{s, z\}, \{0, 1\}, \{0, 1, \Box\}, \delta, s, \{z\})$ eine TM, deren Übergangsfunktion δ aus den Anweisungen $(s, 0) \to (s, 1, R)$, $(s, 1) \to (s, 0, R)$ und $(s, \Box) \to (z, \Box, N)$ besteht. Geben Sie die Kopier-, Überführungs-, Lösch- und Abschlussregeln an, die sich aus Ihrer Reduktion in a) für diese Maschine M ergeben. Geben Sie außerdem die Startregel für das Wort 011010 an.

Aufgabe 15 [4+4+4 Punkte]

Entscheiden Sie, ob die folgenden Wörter zur Sprache PKP gehören oder nicht. Begründen Sie Ihr Urteil.

a) $w_1 = \begin{pmatrix} aa & a & abab & ab \\ a & bababa & ba & a \end{pmatrix}$

b) $w_2 = \begin{pmatrix} 000 & 00 \\ 0 & 00000 \end{pmatrix}$

c) $w_3 = \begin{pmatrix} aa & aaa \\ a & aa \end{pmatrix}$

Aufgabe 16 [8 Punkte]

Zeigen Sie: Die Sprache PKP über einem einelementigen Alphabet ist entscheidbar.