Institut für Informatik
Algorithmen und Komplexität
Dr. Till Nierhoff

WS 2002
30. Oktober 2002

Theoretische Informatik II

3. Serie

Abgabe bis zum 6. November 2002

Aufgabe 9 [4+6 Punkte]

Zeigen Sie folgende Eigenschaften der Reduktionsrelation $\leq$:
a) $A \leq B \quad \Leftrightarrow \quad \overline{A} \leq \overline{B}$
b) $\leq$ ist transitiv

Aufgabe 10 [4+6 Punkte]

a) Zeigen Sie, dass eine Sprache A genau dann rekursiv aufzählbar ist, wenn es eine Turing-berechenbare, partielle Funktion f gibt, so dass A der Definitionsbereich von f ist.

b) Beweisen sie die folgende Variante des Satzes von Rice: Sei $\mathcal{L} \subset \mathcal{RE}$ mit $\mathcal{L} \notin \{\emptyset, \mathcal{RE}\}$. Dann ist die Sprache $K(\mathcal{L}) := \{w \mid L(M_w) \in \mathcal{L}\}$ unentscheidbar.
Hinweis:
Nutzen Sie die Reduktion $K(\mathcal{F}) \leq K(\mathcal{L})$ für $\mathcal{F} = \mathcal{F}(\mathcal{L}) = \{M_w(.) \mid L(M_w) \in \mathcal{L}\}$.

Aufgabe 11 [2+2+2+2 Punkte]

Sind die folgenden Sprachen entscheidbar? Begründen Sie Ihre Antwort.
a) $\{w \mid L(M_w)$ ist endlich $\}$
b) $\{w \mid L(M_w) = \overline{L(M_w)}\}$
c) $\{w \mid \overline{L(M_w)}$ ist rekursiv aufzählbar $\}$
d) $\{w \mid \exists w' \neq w : L(M_w) = L(M_{w'})\}$

Aufgabe 12 [4+4+4 Punkte]

Betrachten Sie die Sprache $\text{Eq} = \{v\#w \mid L(M_v) = L(M_w)\}$. Zeigen Sie:
a) Das Halteproblem lässt sich auf Eq reduzieren.
b) Das Halteproblem lässt sich auch auf $\overline{\text{Eq}}$ reduzieren.
c) Weder Eq noch $\overline{\text{Eq}}$ sind rekursiv aufzählbar.

Hinweis: Betrachten Sie Kodierungen von drei Maschinen:
eine tut das Gleiche wie M_w bei Eingabe x, eine akzeptiert immer und eine nie.