Theoretische Informatik 3

Till Nierhoff

nierhoff@informatik.hu-berlin.de

Institut für Informatik

Humboldt-Universität zu Berlin

6. Mai 2003

Wh. Polynomialzeitreduktionen

DEFINITION

Seien A, B zwei Sprachen über dem Alphabet Σ. Eine Funktion

$$f : \Sigma^* \to \Sigma^*$$

heißt polynomielle Reduktion von A auf B, falls

- $\forall x \in \Sigma^* : x \in A \iff f(x) \in B$
- $f \in \mathcal{P}$

Falls es ein solches f gibt, heißt A polynomiell auf B reduzierbar und wir schreiben $A \leq_{\mathcal{P}} B$.

Wh. Polynomialzeitreduktionen

DEFINITION

Seien A, B zwei Sprachen über dem Alphabet Σ. Eine Funktion

$$f : \Sigma^* \to \Sigma^*$$

heißt polynomielle Reduktion von A auf B, falls

- $\forall x \in \Sigma^* : x \in A \iff f(x) \in B$
- $f \in \mathcal{P}$

Falls es ein solches f gibt, heißt A polynomiell auf B reduzierbar und wir schreiben $A \leq_{\mathcal{P}} B$.

THEOREM

HAMILTONIAN $\leq_{\mathcal{P}}$ TSP

einfach: speziell $\leq_{\mathcal{P}}$ allgemein

LEMMA

Seien $A \subset B$ zwei Sprachen über dem Alphabet Σ und, falls $x \in B$, $x \in A$ leicht (also polynomiell) zu entscheiden. Dann gilt

$$A \leq_{\mathcal{P}} B$$

einfach: speziell $\leq_{\mathcal{P}}$ allgemein

LEMMA

Seien $A \subset B$ zwei Sprachen über dem Alphabet Σ und, falls $x \in B$, $x \in A$ leicht (also polynomiell) zu entscheiden. Dann gilt

$$A \leq_{\mathcal{P}} B$$

- Beispiel 1:

$$\text{3-SAT} \leq_{\mathcal{P}} \text{CNF-SAT}$$

einfach: speziell $\leq_{\mathcal{P}}$ allgemein

LEMMA

Seien $A \subset B$ zwei Sprachen über dem Alphabet Σ und, falls $x \in B$, $x \in A$ leicht (also polynomiell) zu entscheiden. Dann gilt

$$A \leq_{\mathcal{P}} B$$

- Beispiel 1:

$$\text{3-SAT} \leq_{\mathcal{P}} \text{CNF-SAT}$$

- Beispiel 2:

$$\{1,2\}\text{-TSP} \leq_{\mathcal{P}} \text{TSP}$$

einfach: speziell $\leq_{\mathcal{P}}$ allgemein

LEMMA

Seien $A \subset B$ zwei Sprachen über dem Alphabet Σ und, falls $x \in B$, $x \in A$ leicht (also polynomiell) zu entscheiden. Dann gilt

$$A \leq_{\mathcal{P}} B$$

- Beispiel 1:

$$\text{3-SAT} \leq_{\mathcal{P}} \text{CNF-SAT}$$

- Beispiel 2:

$$\{1,2\}\text{-TSP} \leq_{\mathcal{P}} \text{TSP}$$

- Beispiel 3:

$$\text{KP}^* \leq_{\mathcal{P}} \text{KP}$$

weitere Reduktionen

THEOREM

CNF-SAT $\leq_{\mathcal{P}}$ 3-SAT

weitere Reduktionen

THEOREM

CNF-SAT $\leq_{\mathcal{P}}$ 3-SAT

DEFINITION

Sei D ein Digraph. D heißt hamiltonsch, falls D einen Zykel auf allen Knoten (einen gerichteten Hamiltonkreis) enthält.

$$\text{DHC} := \{\mathrm{D} \mid \mathrm{D} \text{ hamiltonsch}\}$$

THEOREM

3-SAT $\leq_{\mathcal{P}}$ DHC

weitere Reduktionen

THEOREM

$\textsc{Cnf-Sat} \leq_{\mathcal{P}} \textsc{3-Sat}$

DEFINITION

Sei D ein Digraph. D heißt hamiltonsch, falls D einen Zykel auf allen Knoten (einen gerichteten Hamiltonkreis) enthält.

$$\textsc{Dhc} := \{\mathrm{D} \mid \mathrm{D} \text{ hamiltonsch}\}$$

THEOREM

$\textsc{3-Sat} \leq_{\mathcal{P}} \textsc{Dhc}$

THEOREM

$\textsc{Dhc} \leq_{\mathcal{P}} \textsc{Hamiltonian}$