Institut für Informatik
Algorithmen und Komplexität
Dr. Till Nierhoff

SS 2003
10. Juni 2003

Theoretische Informatik III

9. Serie

Abgabe bis zum 17. Juni 2003

Aufgabe 23 [10 Punkte]

Ein k-*Cut* ist eine Partition der Knoten eines Graphen in k Teile. Unter der *Größe eines k-Cut* versteht man die Anzahl der Kanten, die zwischen *verschiedenen* Teilen des k-Cut verlaufen. Das Optimierungsproblem $\textsc{MaxCut}_k(G)$ sucht für konstantes k nach einem größten k-Cut.
Geben sie einen Approximationsalgorithmus der Güte $1 - \frac{1}{k}$ für $\textsc{MaxCut}_k(G)$ an.

Aufgabe 24 [3+7 Punkte]

Gegeben sei eine Instanz $n, g_1, \ldots, g_n, a_1, \ldots, a_n, A, G$ des Rucksackproblems.

a) Der Greedy-Algorithmus sortiert zuerst die Objekte nach dem Quotienten aus Nutzen und Gewicht (d.h. es gelte $a_1/g_1 \geq a_2/g_2 \geq \ldots \geq a_n/g_n$) und versucht dann nacheinander die Objekte $1, \ldots, n$ in den Rucksack zu packen.
Zeigen Sie, dass der Greedy-Algorithmus kein R-Approximationsalgorithmus für irgendein konstantes R ist.

b) Ein modifizierter Greedy-Algorithmus gebe das Maximum der Lösung des obigen Greedy-Algorithmus und einer Lösung, die nur aus einem Objekt besteht, aus. Zeigen Sie, dass das ein 2-Approximationsalgorithmus ist.

Hinweis zu b): Sei $I \subseteq \{1, \ldots, n\}$ mit Nutzen $a(I)$ die Lösung des Greedy-Algorithmus, und sei $i := \min\{j : j \notin I\}$. Zeigen Sie, dass die optimale Lösung einen Nutzen von höchstens $a(I) + a_i$ hat, und folgern Sie die Aussage daraus.