Institut für Informatik
Algorithmen und Komplexität
Dr. Till Nierhoff

SS 2003
13. Mai 2003

Theoretische Informatik III

5. Serie

Abgabe bis zum 20. Mai 2003

Aufgabe 12 [10 Punkte]

Partition ist das Problem, zu einer Menge $a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{N}$ eine Unterteilung in zwei Teilmengen zu finden, so dass deren Summe jeweils gleich ist. Part ist die Sprache aller Instanzen, für die eine solche Unterteilung existiert:

$$\textsc{Part} = \left\{(a_1, \ldots, a_n) \mid \exists S \subseteq [n] : \textstyle\sum_{i \in S} a_i = \sum_{i \in [n] \setminus S} a_i\right\}$$

*Knapsack** ist eine spezielle Version des Knapsack-Problems, bei der die Gewichtsschranke gleich der Nutzenschranke ist:

$$\textsc{Kp}^* = \{(a_1, \ldots, a_n, g_1, \ldots, g_n, G, A) \in \textsc{Kp} \mid G = A\}$$

Zeigen Sie, dass $\textsc{Kp}^* \leq_p \textsc{Part}$.

Aufgabe 13 [10 Punkte]

Gegeben sei eine $m \times n$-Matrix A aus ganzzahligen Koeffizienten und ein m-Vektor b. Wir betrachten das Ungleichungssystem $Ax \geq b$, d. h.

$$\forall i \in [m] : \sum_{j=1}^{n} a_{i,j} \cdot x_j \geq b_i. \tag{1}$$

Das Problem *0/1 Integer Linear Programming* besteht darin, für dieses Ungleichungssystem zu entscheiden, ob es einen Lösungsvektor x gibt, dessen Komponenten jeweils 0 oder 1 sind. 0/1-Ilp ist also die Sprache der (A, b), für die es ein $x \in \{0,1\}^n$ gibt, so dass (1) gilt.
Zeigen Sie, dass gilt: VertexCover $\leq_p$ 0/1-Ilp.
Hinweis: Ordnen Sie jedem Knoten eine Variable zu.

Aufgabe 14 [mündlich]

Eine *Euler-Tour* ist ein Weg durch einen Graphen, der jede Kante genau einmal enthält und dessen Anfangs- und Endknoten identisch sind. Euler sei die Sprache aller Graphen, für die es eine Euler-Tour gibt.
Zeigen Sie, dass Euler $\in P$.