

Maschinelles Lernen und Data Mining

5. Übung

Prof. Tobias Scheffer
Steffen Bickel

WS06/07

Ausgabe am: 17.11.06
Besprechung am: 24.11.06

Aufgabe 1 (2/6 Punkt):

Auf Vorlesungsfolie 32 (Zeitreihenanalyse) haben wir die Voraussetzungen für einen schwach stationären Prozess definiert. Wir betrachten folgenden stochastischen Prozess mit Trend.

$$X_t = \beta t + \epsilon_t$$

ϵ_t ist ein White Noise-Prozess mit $E(\epsilon_t) = 0$ und $Var(\epsilon_t) = \sigma_\epsilon^2$.

- Zeigen Sie, dass der Prozess nicht schwach stationär ist. Rechenregeln für Erwartungswerte und Varianzen von Zufallsvariablen finden sie auf Folie 38.
- Zeigen Sie, dass nach einmaligem Anwenden des Differenzenfilters der Prozess schwach stationär wird und geben Sie die Autokovarianzfunktion des Differenzprozesses an. Hinweis: Die allgemeine Formel für die Autokovarianzfunktion lautet $\gamma(r, s) = E[(X_r - \mu(r))(X_s - \mu(s))]$.

Aufgabe 2 (4/6 Punkt):

Sie sind Besitzer einer Strandbar am Wannsee. Sie befürchten, dass in den nächsten Jahren der Wasserspiegel des Sees so stark ansteigen wird, dass ihre Bar überschwemmt wird. Sie haben in den letzten Jahren an immer der gleichen Stelle die folgenden Wasserstände gemessen:

t	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
X_t	0.42	0.59	0.63	0.93	0.82	0.97	0.99

Sie nehmen an, dass die Wasserstände einem ARIMA(1,1,0)-Prozess folgen und möchten zuerst die Parameter schätzen und dann eine Prognose für die kommenden Jahre abgeben, um zu entscheiden, ob Sie den Cocktail-Stand ein Stück die Böschung hinaufschieben.

- Bestimmen Sie die Zeitreihe, die sich nach d-maliger Anwendung des Differenzenfilters ergibt, um den Trend der Zeitreihe zu eliminieren.
- Leiten Sie einen Schätzer für die Parameter des ARIMA(1,1,0)-Prozesses her. Verwenden Sie die Methode der Minimierung der Summe der Fehlerquadrate. Minimieren Sie dazu die Formel auf Folie 51 unten. (ein Beispiel einer solchen Minimierung finden sie auch auf Folien 12 und 13).
- Schätzen Sie nun die ARIMA(1,1,0)-Parameter der Wasserstandszeitreihe. Da ARMA-Prozesse einen Mittelwert von null haben, müssen Sie vor der Parameterschätzung (aber nach dem Anwenden des Differenzenfilters) noch eine Mittelwertbereinigung vornehmen ($z_t = x_t - \bar{x}$).
- Prognostizieren Sie die Wasserstände für 2007 und 2008. Vergessen Sie am Ende nicht die Mittelwertbereinigung und den Differenzenfilter (durch Aufsummieren) rückgängig zu machen.