Institut für Informatik
Komplexität und Kryptografie
Prof. Dr. Johannes Köbler

Sommersemester 2005
22. Juni 2005

Theoretische Informatik 3

6. Übung

Aufgabe 38 [mündlich]

Zeigen Sie, dass es nur endlich viele nichtisomorphe planare Graphen gibt, deren Komplement ebenfalls planar ist.

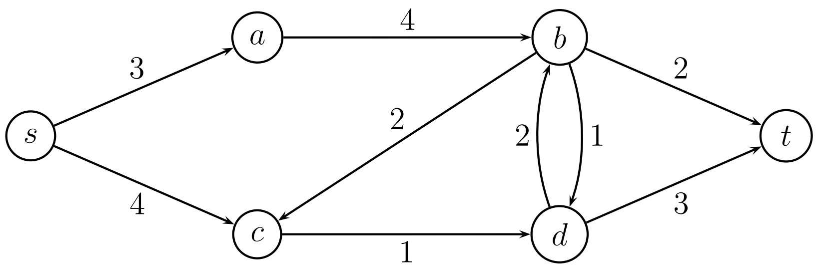
Aufgabe 39 [mündlich]

a) Sei $G = (V, E)$ ein planarer Graph und sei $u \in V$ ein Knoten vom Grad $d(u) \leq 4$, so dass $G - u$ vierfärbbar ist. Zeigen Sie, dass dann auch G vierfärbbar ist.

b) Warum lässt sich hieraus kein einfacher Beweis für den Vierfarbensatz gewinnen?

Aufgabe 40 [mündlich]

Gegeben ist folgendes Netzwerk N:



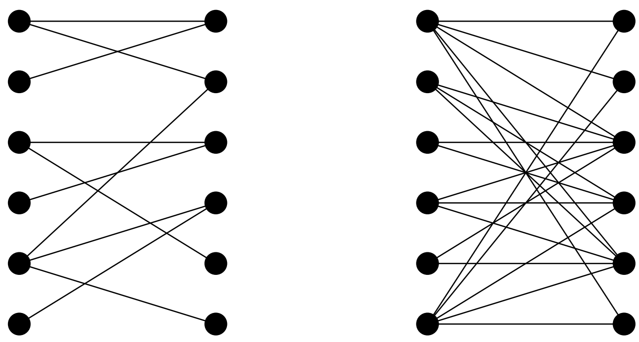
a) Bestimmen Sie mit dem Ford-Fulkerson-Algorithmus einen maximalen Fluss f für N.

b) Berechnen Sie die Kapazität des Schnittes $S = \{s, a, b, c\}$.

c) Hat der Schnitt S minimale Kapazität? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 41 [mündlich]

Besitzen die beiden folgenden Graphen ein perfektes Matching? Begründen Sie jeweils ihre Antwort.



Aufgabe 42 [mündlich]

Agnetha und Benny markieren jeweils abwechselnd Knoten eines Graphen G. Agnetha beginnt und nachdem ein Spieler einen Knoten u markiert hat, muss der Gegenspieler einen unmarkierten Knoten aus $\Gamma(u)$ markieren. Sobald einem Spieler dies nicht mehr gelingt, hat er verloren und das Spiel ist zuende. Zeigen Sie, dass abhängig davon, ob G ein perfektes Matching besitzt, entweder Benny oder Agnetha eine Gewinnstrategie besitzt. Geben Sie diese jeweils an.

Aufgabe 43 [mündlich]

Beweisen Sie, dass der folgende Algorithmus in einem gegebenen Baum T ein (bzgl. Kardinalität) maximales Matching M berechnet.

Procedure MaximumTreeMatching (T)
  Procedure MaximumSubtreeMatching(T,x)
    for $\{x, v\} \in E(T)$ **do** MaximumSubtreeMatching(T_v,v)
    if es gibt Kante $\{x, v\} \in E(T)$, so dass v unmarkiert ist
      then
        markiere x und v
        $M := M \cup \{x, v\}$
  $M := \emptyset$
  wähle einen beliebigen Knoten x als Wurzel von T
  MaximumSubtreeMatching(T,x)

Hinweis: Zeigen Sie durch Induktion über die Tiefe t des Wurzelbaumes (T, x) die stärkere Behauptung:

> Die Prozedur MaximumSubtreeMatching(T, x) findet ein maximales Matching M in (T, x), das nur dann die Wurzel überdeckt, wenn dies alle maximalen Matchings tun.

Anmerkungen: Die Tiefe eines Wurzelbaumes (T, x) ist definiert als die Exzentrizität der Wurzel x. Der Teilbaum T_v eines Knotens v in (T, x) ist der Teil des Baumes, welcher sich von v aus 'nach unten erstreckt', d. h. formal: der von der Knotenmenge

$$U_v := \{u \in V(T) \mid \text{ jeder Weg von } x \text{ nach } u \text{ geht über } v\}$$

induzierte Teilgraph.