

3. Übung 17. Juni 2020

lexikographische Simplexmethode

1. Aufgabe: Lösen Sie mit Hilfe der lex. SM folgende LOA:

$$(P) \quad -5 + x_1 + \frac{1}{2}x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 - 9x_2 \leq 6 \\ x_1 + 2x_2 \leq 2 \\ 4x_1 - 5x_2 \leq 4 \\ x_1 - x_2 \geq -1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Lsg: (1) Zuerst muss ich sicherstellen, dass die rechte Seite d. Restriktionsbereichs nicht-negativ ist, d.h. die 4. Restr. wird mit (-1) multipliziert

(2) Damit ich die 1. ST aufstellen kann, transformiere ich alle Ungl. in Gleichungen mit Hilfe von Schlupfvariablen, hier $u_j, j \in [4]$.

(3) Ich arbeite mit der langen Form der ST

		BV				↓ NBV			
		$x^{(0)}$	u_1	u_2	u_3	u_4	x_1	x_2	
		-5	0	0	0	0	-1	-1/2	Q
	u_1	6	1	0	0	0	3	-9	6/3=2
BV	u_2	2	0	1	0	0	1	2	2/1=2
←	u_3	4	0	0	1	0	(2)	-5	4/2=2
	u_4	1	0	0	0	1	-1	1	

aber $\begin{cases} u_1' = 2 & 1/3 & 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ u_2' = 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ u_3' = 2 & 0 & 0 & 1/2 & \dots & \dots & \dots \end{cases} \Rightarrow u_1' > u_2' > u_3'$

		$x^{(2)}$					
		u_1	u_2	u_3	u_4	x_1	x_2
		-3	0	0	1/2	0	-3
	u_1	0	1	0	-3/2	0	-3/2
←	u_2	0	0	1	-1/2	0	9/2
BV	x_1	2	0	0	1/2	1	-5/2
	u_4	3	0	0	1/2	0	-3/2

		$x^{(3)}$					
		u_1	u_2	u_3	u_4	x_1	x_2
		-3	0	2/3	1/6	0	0
	u_1	0	1		0	0	0
BV	x_2	0	0		0	0	1
	x_1	2	0		0	1	0
	u_4	3	0		1	0	0

Tab. ist optimal; opt. Pkt ist $x^{(3)}$ und
 $x^{(3)} = (2, 0)^T$ und $ZF(x^{(3)}) = -3$

Ziele- $ZF(x^{(4)}) = -5 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1 \ -1/2$

char. Z. $(x^{(2)}) = -3 \ 0 \ 0 \ 1/2 \ \dots \ \dots$

char Z $(x^{(3)}) = -3 \ 0 \ 2/3 \ \dots \ \dots$

Wir sehen, dass

$$\text{char. Z.}(x^{(4)}) < \text{char. Z.}(x^{(2)}) < \text{char. Z.}(x^{(3)})$$

Dabei gilt $ZF(x^{(4)}) = ZF(x^{(3)})$. \square

Bemerkung: Wir betrachten erneut die Aufg. 1 und die Simplextableaux zu $x^{(1)}$ u. $x^{(2)}$ in der kurzen Form:

		\downarrow NBV							
	$x^{(1)}$	x_1	x_2	Q		$x^{(2)}$	x_3	x_2	
		-5	-1	-1/2			-3	1/2	-3
	m_1	6	3	-9	2	m_1	0	-3/2	-3/2
	m_2	2	1	2	2	m_2	0	-1/2	9/2
BV ←	m_3	4	2	-5	2	x_1	2	1/2	-5/2
	m_4	1	-1	1		m_4	3	1/2	-3/2

Minimum ist nicht eindeutig; deshalb benutzen wir die lex. SM und wissen welche Zeile Pivot-Zeile sein soll

Die kurze Form der ST beinhaltet nur die "wesentlichen" Spalten.

Die Spalten der "neuen" NBV in der langen Form der ST kann nach 2 Regeln berechnet werden. □